Universidad Nacional Experimental del Táchira

1200 EJERCICIOS RESUELTOS DE

CÁLCULO ELEMENTAL

ITALO G. CORTES A

SERIE PROBLEMARIO

PROLOGO

El comienzo del nuevo milenio plantea grandes desafíos. La transición del próximo siglo será registrada en la historia como el comienzo de la era de la información, del conocimiento y de la globalización. Se trata de otra revolución económica y social de grandes proporciones donde nuevamente existirán oportunidades y abundarán las amenazas y una ola gigantesca donde existen dos alternativas: hacer verdaderos esfuerzos por colocarse en su cresta y salir airosos como país o ser arrollados por ella. Es necesario adquirir una comprensión cabal de la situación y prepararse para actuar en consecuencia. Hay que impedir que se profundicen las brechas y los factores de inestabilidad social tanto a escala nacional como internacional. La globalización debe poseer un rostro humano delante de sus inmensos tentáculos cibernéticos.

Conscientes de esta situación el Decanato de investigación de la UNET y su consejo de Decanato (CODEIN) han aprobado la creación y adscripción del fondo Editorial de la UNET, un anhelo desde la creación misma de la Universidad Nacional experimental del Táchira, y en conjunto, colocamos en sus manos el producto de mucho trabajo, esfuerzo y dedicación de los actores principales, nuestros docentes e investigadores, quienes a lo largo de muchos años esperaron pacientemente esta oportunidad.

El Decanato de Investigación se prepara para afrontar nuevos retos. El proceso de reestructuración académica y administrativa, actualmente en marcha, se repiensa, revisa y apunta en la dirección de lograr una investigación con una visión de futuro adaptada a las nuevas realidades, y satisfaciendo las necesidades de su entorno.

Ing. Raúl A. Casanova Ostos
Decano de Investigación

INTRODUCCION

1200 ejercicios de cálculo Elemental, es un libro diferente a problemario de cálculo Elemental, editado por el centro de estudiantes de la UNET como cuaderno Universitario Nº 1. Este libro que hoy entrego, lo hago con profundo sentimiento latinoamericano, como muestra de mi agradecimiento y simpatía para todos aquellos que de una u otra forma han hecho de por sí agradable y bella mi residencia en esta hermosa y generosa tierra, muestra que pretendo hacer efectiva en la persona de cada joven educando al cual humildemente le hago entrega de este presente problemario.

Agradezco desde ya a todos los usuarios que me comuniquen los errores que encuentren, y toda sugerencia que implique mejora en este libro, para satisfacer su única finalidad cooperar con todos y cada uno de nuestros estudiantes.

S.C Febrero 78

INSTRUCCIONES

Este problemario no es auto contenido. En forma intencionada se ha evitado la parte teórica, no porque se juzgue poco conveniente, sino mas bien para, instar al estudiante a usar adecuadamente los textos y libros en general, estimarlos discriminatoriamente conforme a la intencionalidad con que fueron creados. Este libro no es teórico. Quien pretenda aprehender los conceptos y mecanismos operatorios conducentes a lograr los objetivos particulares de un programa de cálculo Elemental, escogió un libro equivocado; pero quien pretenda afianzar la parte operativa en los contenidos adecuados, vayan para ellos las presentes palabras:

i. Estudie la parte teórica del tópico a tratar realizando los ejercicios programados en el texto respectivo, o del material de apoyo que pueda conseguir.

ii. En un cuaderno especial, anote los ejercicios de la sección I, desarrollándolas ordenadamente tratando de lograr un resultado.

iii. Compare los desarrollos y resultados obtenidos, con los de este problemario. Si hay coincidencia, pase de inmediato a la sección II, y así sucesivamente; en caso de discrepancia, proceda a revisar su trabajo, ya que de haber algún error, es muy posible que usted mismo lo capte. En caso de persistir tal discrepancia, consulte a otras personas, pues puede no ser error, sino resultados equivalentes, t porque no decirlo, puede que el error sea de este problemario.

Es muy posible que note la falta de linealidad en los ejercicios, que estos aparentemente se repiten o se parecen; tienen toda la razón, ya que acá no se pretende mostrar ejercicio, sino afianzar los mecanismos operatorios pertinentes.

A usted, que va a ser usuario de este problemario, mil gracias por la oportunidad que me da, de colaborar con su desarrollo.

El autor / Febrero 78

INDICE

Sección I: Demostrar que:

1. La suma de un natural par mas un impar, es impar
2. el producto de un natural par por un impar, es par.
3. El cuadrado de un natural par, es par.
4. El cubo de un natural impar, es impar.
5. La diferencia de dos naturales pares, es par
6. La suma de dos naturales impares, es par.
7. El cuadrado de un natural impar, es impar.

Soluciones: n$\in N \Rightarrow 2nc$ es natural par

m$\in N \Rightarrow 2m$+1 (ó 2m-1) es natural impar

1. 2n+(2m+1)=(2n+2m)+1=2(n+m)+1;impar
2. 2n (2m+1)=2n.2m+2n.1=4nm+2n=2. (2nm+n),par
3. $(2n)^2 = 4n^2 = 2(2n^2)$; par
4. $(2m+1)^3 = 8m^2 + 12\ m^2 + 6m+1 = 2(4m^3 + 6m^2 + 3m) + 1$; impar
5. 2m-2n=2 (m-n); par
6. (2m+1)+ (2n+1)=2m+2n+2=2(n+m+1); par
7. $(2m+1)^2 = 4m^2 + 4m+1 = 2(2m^2 + 2m) + 1$; impar

Sección II. -Dar la solución conjuntista y la solución gráfica correspondiente a cada una de las siguientes inecuaciones:

8. $\frac{x-3}{2x} \leq 1$ 9. $\frac{x-3}{2} \leq 1$ 10. $\frac{x-3}{2} < 1$

11. $\frac{x^2}{x-1} < 0$ 12. $\frac{x^2}{x-1} > 0$ 13. $\frac{x+1}{x^2} > 0$

Soluciones:

8. si: 2x>0$\Rightarrow$x>0 si:2x<0$\Rightarrow$x<0

Entonces: Entonces:

X-3$\leq$2x x-3$\geq$2x

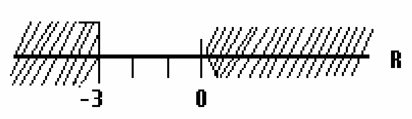
-3$\leq$x -3$\geq$x

Luego: Luego:

$$\left.\begin{array}{l} x > 0 \\ x \geq -3 \end{array}\right| \Rightarrow x > 0 \qquad\qquad \left.\begin{array}{l} x < 0 \\ x \leq -3 \end{array}\right| \Rightarrow x \leq -3$$

Sol. Conjuntista:{x$\in$ R/ x$\leq$-3 ó x>0}

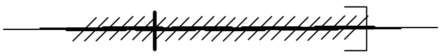
Sol gráfica:



9. $\dfrac{x-3}{2} \leq 1$ $\Rightarrow$x-3$\leq$$\Rightarrow$x$\leq$5

Sol: conjuntista :{x$\in$ R/ x$\leq$5}

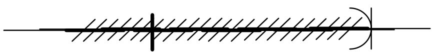
Sol gráfica:



10. $\dfrac{x-3}{2} < 1$ $\Rightarrow$x-3<2$\Rightarrow$x<5

Sol. Conjuntista:{x$\in$ R/ x<5}

Sol gráfica:

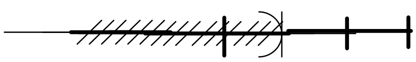


11. $x^2 \geq 0$ para todo x$\in$ R. Si $\dfrac{x^2}{x-1} < 0$, entonces:

X-1<0. Luego: x<1

Sol. Conjuntista:{x$\in$ R/ x<1}

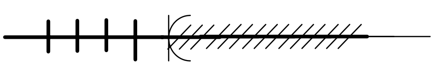
Sol gráfica:



12. Si $\dfrac{x^2}{x-1} > 0$, entonces: x-1>0. Luego :x>1

Sol. Conjuntista:{x$\in$ R/ x>1} 0

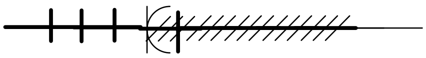
Sol gráfica:



13. Si $\frac{x+1}{x^2} > 0$, y $x^{\geq}$ >0, entonces, x+1>0. Luego: x>-1

Sol. Conjuntista:{x$\in$ R/ x>-1}

Sol gráfica:



Seccion III.- Dar la solución conjuntista y la solución gráfica correspondiente a cada una de las siguientes inecuaciones:

14. x^2 +9x-10

15. x^2+9x<-8

16. x^2 -5x< 0

17. x^2 -5x$\geq$0

18. x^2 -9$\geq$0

19. x^2 -9<0

-1 0

Soluciones:

14. x^2 +9x-10<0$\Rightarrow$(x+10)(x-1)<0$\Rightarrow$

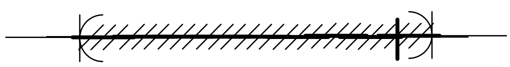
$$\left.\begin{array}{l} x+10>0 \\ x-1<0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x>-10 \\ x\leq 1 \end{array}\right| \Rightarrow -10x<x<1$$

ó

$$\left.\begin{array}{l} x+10<0 \\ x-1>0 \end{array}\right| \quad \left.\begin{array}{l} x<-10 \\ x>1 \end{array}\right| \Rightarrow \text{No dá sol en R}$$

Sol. Conjuntista:{x$\in$ R/-10<x<1}

Sol gráfica:



15. x^2+9x+8<0$\Rightarrow$(x+8)(x+1)<0$\Rightarrow$

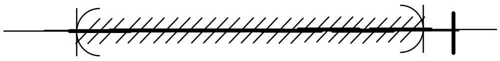
$$\left.\begin{array}{l} x+8>0 \\ x+1<0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x>-8 \\ x<-1 \end{array}\right| \Rightarrow \text{-8<x<-1}$$

ó

$$\left.\begin{array}{l} x+8<0 \\ x+1>0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x<-8 \\ x>-1 \end{array}\right| \Rightarrow \text{No dá sol en R}$$

Sol. Conjuntista:{x$\in$ R/-8< x<-1}

Sol gráfica:



16. x^2 -5x< 0$\Rightarrow$ x(x-5)<0$\Rightarrow$

$$\left.\begin{array}{l} x>0 \\ x-5<0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x>0 \\ x<5 \end{array}\right| \Rightarrow 0<x<5$$

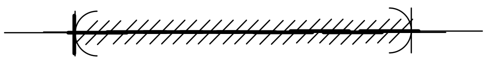
ó

$$\left.\begin{array}{l} x<0 \\ x-5>0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x<0 \\ x>5 \end{array}\right| \Rightarrow \text{No dá solución en R}$$

Sol. Conjuntista:{x$\in$ R/ 0<x<5}

Sol gráfica:

-8



17. x^2 -5x$\geq$0$\Rightarrow$x(x-5) $\geq$0$\Rightarrow$

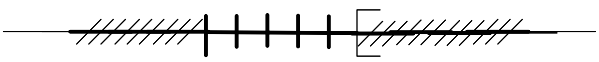
$$\left.\begin{array}{l} x\geq 0 \\ x-5\geq 0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x\geq 0 \\ x\geq 5 \end{array}\right| \Rightarrow X\geq 5$$

ó $\Rightarrow x \leq 0 \quad ó \quad x \geq 5$

$$\left.\begin{array}{l} x\leq 0 \\ x-5\leq 0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x\leq 0 \\ x\leq 5 \end{array}\right| \Rightarrow X\leq 0$$

Sol. Conjuntista:{x$\in$ R/ $x \leq 0 \quad ó \quad x \geq 5$ }

Sol gráfica:



18. x^2 -9$\geq$0$\Rightarrow$(x-3)(x+3) $\geq$0

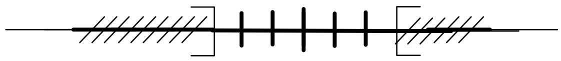
$$\left.\begin{array}{l} x-3\geq 0\\ x+3\geq 0\end{array}\right| \Rightarrow \qquad \left.\begin{array}{l} x\geq 3\\ x\geq -3\end{array}\right| \Rightarrow X\geq 3$$

ó

$$\left.\begin{array}{l} x-3\leq 0\\ x+3\leq 0\end{array}\right| \Rightarrow \qquad \left.\begin{array}{l} x\leq 3\\ x\leq -3\end{array}\right| \Rightarrow X\leq -3$$

Sol. Conjuntista:{x$\in$ R/ $x \leq -3 \quad ó \quad x \geq 3$ }

Sol gráfica



19. x^2 -9<0$\Rightarrow$(x-3)(x+3)<0$\Rightarrow$

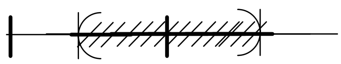
$$\left.\begin{array}{l} x-3> 0\\ x+3< 0\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x> 3\\ x< -3\end{array}\right| \Rightarrow \text{No da sol en R}$$

ó

$$\left.\begin{array}{l} x-3< 0\\ x+3> 0\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x< 3\\ x> -3\end{array}\right| \Rightarrow -3<x<3$$

Sol. Conjuntista:{x$\in$ R/ -3<x<3}

Sol gráfica.



Sección IV.- Dar la solución conjuntista y la solución gráfica de:

20. x^2 +5<0   21. x^2 +5>0   22. x^2 - $\sqrt{3}$ <0   -3

23. x^2 - $\sqrt{3}$ $\geq$0   24. x^2 - $\frac{x}{2}$ - $\frac{1}{2}$ >0   25. x^2 $\leq$-π

26. x^2 <0   27. x^2 >0   28. x^2 =0

Soluciones:

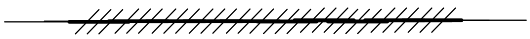
20. $x^2 \geq 0$, para todo x$\in$ R; x^2 +5>0,para todo x$\in$ R

Sol. Conjuntivista: Φ

21. De lo anterior (20), se concluye:

Sol. Conjuntista: R ó {x$\in$ R}

Sol gráfica.



22. $x^2 - \sqrt{3} < 0 \Rightarrow x^2 - (\sqrt[4]{3})^2 < 0 \Rightarrow (x-\sqrt[4]{3})(x+\sqrt[4]{3}) < 0 \Rightarrow$

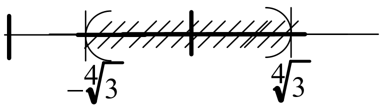
$$\left.\begin{array}{l} x-\sqrt[4]{3}>0 \\ x+\sqrt[4]{3}<0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x>\sqrt[4]{3} \\ x<-\sqrt[4]{3} \end{array}\right| \Rightarrow \text{No da sol en R}$$

ó

$$\left.\begin{array}{l} x-\sqrt[4]{3}<0 \\ x+\sqrt[4]{3}>0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x<\sqrt[4]{3} \\ x>-\sqrt[4]{3} \end{array}\right| \Rightarrow -\sqrt[4]{3} < x < \sqrt[4]{3}$$

Sol. Conjuntista: {x$\in$ R/-$\sqrt[4]{3}$ <x< $\sqrt[4]{3}$ }

Sol gráfica.



23. $x^2 - \sqrt{3} \geq 0 \Rightarrow x^2 - (\sqrt[4]{3})^2 > 0 \Rightarrow (x-\sqrt[4]{3})(x+\sqrt[4]{3}) \geq 0 \Rightarrow$

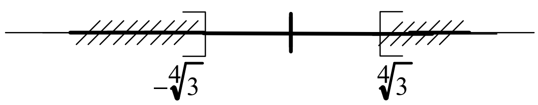
$$\left.\begin{array}{l} x-\sqrt[4]{3}\geq 0 \\ x+\sqrt[4]{3}\geq 0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x\geq\sqrt[4]{3} \\ x\geq-\sqrt[4]{3} \end{array}\right| \Rightarrow X \geq \sqrt[4]{3}$$

ó

$$\left.\begin{array}{l} x-\sqrt[4]{3}\leq 0 \\ x+\sqrt[4]{3}\leq 0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x<\sqrt[4]{3} \\ x\leq-\sqrt[4]{3} \end{array}\right| \Rightarrow x \leq -\sqrt[4]{3}$$

Sol. Conjuntista: {x$\in$ R/x$\leq$-$\sqrt[4]{3}$ ó x$\geq$ $\sqrt[4]{3}$ }

Sol gráfica.



24. $x^2-\frac{x}{2}-\frac{1}{2}>0 \Rightarrow (x+\frac{1}{2})(x-1)>0 \Rightarrow$

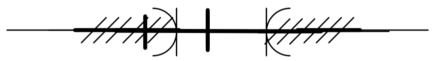
$$\left.\begin{array}{l} x+\frac{1}{2}>0 \\ x-1>0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x>-\frac{1}{2} \\ x>1 \end{array}\right| \Rightarrow X>1$$

ó

$$\left.\begin{array}{l} x+\frac{1}{2}<0 \\ x-1<0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x<-\frac{1}{2} \\ x<1 \end{array}\right| \Rightarrow x<-\frac{1}{2}$$

Sol. Conjuntista: {x$\in$ R/x<-1/2 ó x>1}

Sol gráfica.



25. $x^2 \leq -\pi \Rightarrow x^2+\pi \leq 0$; $x^2 \geq 0$ para todo x$\in$ R, y

$x^2+\pi>0$ para todo x$\in$ R

Sol. Conjuntista: Φ

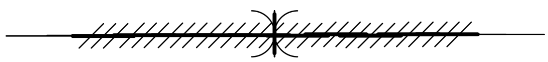
26. De lo anterior(25), se concluye:

Sol. Conjuntista: Φ

27. De (25), se concluye:

Sol. Conjuntista: R-{0} ó {x$\in$ R/x$\neq$ 0}

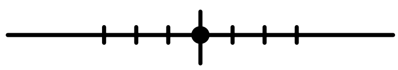
Sol gráfica.



28. $x^2=0 \Rightarrow x=0$

Sol. Conjuntista: {0} ó {x$\in$ R/x=0}

Sol gráfica.



-1

Seccion IV.- Dar la solución conjuntista y la solución gráfica de:

29. $\left.\begin{array}{l}\frac{3x-5}{2}<0\\ 3x-\frac{5}{2}>0\end{array}\right|$ 30. $\left.\begin{array}{l}\frac{2x+3}{4}<1\\ \frac{x-5}{3}\geq 0\end{array}\right|$ 31. $\left.\begin{array}{l}\sqrt{x-1}=5\\ \frac{2x}{3}-1>2\end{array}\right|$

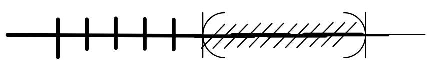
32. $\left.\begin{array}{l}2^x=16\\ \frac{x-3}{2}<1\end{array}\right|$ 33. $\left.\begin{array}{l}0.25^x=\frac{1}{8}\\ x-3\leq 2x-1\end{array}\right|$ 34. $\left.\begin{array}{l}2\sqrt{x+5}=7\\ x<0\end{array}\right|$

Soluciones:

29. $\left.\begin{array}{l}\frac{3x-5}{2}<0\\ 3x-\frac{5}{2}>0\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}3x-5<0\\ 6x-5>0\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}x<5/3\\ x>5/6\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}x<10/6\\ x>5/6\end{array}\right|$

Sol. Conjuntista:{x$\in$ R/$\frac{5}{6}$ <x< $\frac{5}{3}$}

Sol gráfica



30. $\left.\begin{array}{l}\frac{2x+3}{4}<1\\ \frac{x-5}{3}\geq 0\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}2x+3<4\\ x-5\geq 0\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}2x<1\\ x\geq 5\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}x<1/2\\ x\geq 5\end{array}\right| \Rightarrow 5\leq x<\frac{1}{2}$

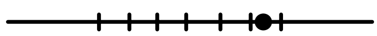
Sol. Conjuntista: Φ

31. $\left.\begin{array}{l}\sqrt{x-1}=5\\ \frac{2x}{3}-1>2\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}x-1=25\\ 2x-3>6\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}x=26\\ 2x>9\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}x=26\\ x>\frac{9}{2}\end{array}\right|$

26>$\frac{9}{2}$, Luego: x=26 es solución.

Sol. Conjuntista:{x$\in$ R/x=26}

Sol gráfica.



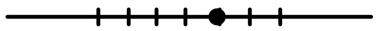
32. $\left.\begin{array}{l}2^x=16\\ \frac{x-3}{2}<1\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}2^x=2^4\\ x-3<2\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}x=4\\ x<5\end{array}\right|$, 4<5 ; Luego

x=4 es solución.

Sol. Conjuntista:{3} ó :{x$\in$ R/x=4}

0

Sol gráfica.



33. $\left.\begin{array}{l} 0.25^{x}=\frac{1}{8} \\ x-3\leq 2x-1 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} (\frac{1}{4})^{x}=\frac{1}{8} \\ x-3\leq 2x-1 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} (\frac{1}{2})^{2x}=(\frac{1}{2})^{3} \\ x\leq -2 \end{array}\right| \Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l} 2x=3 \\ x\leq -2 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=\frac{3}{2} \\ x\leq -2 \end{array}\right|; \frac{3}{2} \not\leq -2$; Luego:

Sol. Conjuntista: Φ

0 4

34. $\left.\begin{array}{l} 2\sqrt{x+5}=7 \\ x<0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4(x+5)=49 \\ x<0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4x+20=49 \\ x<0 \end{array}\right| \Rightarrow$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4x=29 \\ x<0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x=29/4 \\ x<0 \end{array}\right|; 29/4 \not< 0$; luego:

Sol. Conjuntista: Φ

Seccion VI.- Resolver en R:

35. $\frac{2}{x-1}<1$ 36. $\frac{3}{x^{2}+1}>1$ 37. $\frac{5}{x}>0$

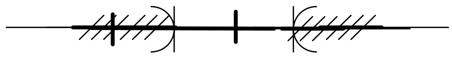
38. $\frac{-2}{x}>0$ 39. $\frac{1}{x^{2}}<0$ 40. $-\frac{1}{x^{2}}>0$

Soluciones:

35. Si :x-1>0⇒x>1	Si: x-1<0⇒x<1
Entonces:	Entonces:
2<x-1	2>x-1
3<x	3<x
Luego:	Luego:
$\left.\begin{array}{l} x>1 \\ x>3 \end{array}\right| \Rightarrow$ x>3	$\left.\begin{array}{l} x<1 \\ x<3 \end{array}\right| \Rightarrow$x<1

Sol. Conjuntista:{x∈ R/x<1 ó x>3}

Sol gráfica.



36. $x^2+1>0$ para todo x$\in$ R; $\dfrac{3}{x^2+1}>1 \Rightarrow$ 3> $x^2+1 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2+1$<3$\Rightarrow x^2-2<0 \Rightarrow x^2-(\sqrt{2})^2<0 \Rightarrow$(x-$\sqrt{2}$) (x+$\sqrt{2}$) <0

$\left.\begin{array}{l} x-\sqrt{2}>0 \\ x+\sqrt{2}<0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x>\sqrt{2} \\ x<-\sqrt{2} \end{array}\right| \Rightarrow$ No da solución en R

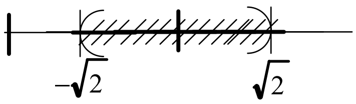
0 1

ó

$\left.\begin{array}{l} x-\sqrt{2}<0 \\ x+\sqrt{2}>0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x<\sqrt{2} \\ x>-\sqrt{2} \end{array}\right| \Rightarrow -\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$

Sol. Conjuntista:{x$\in$ R/$-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$}

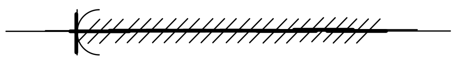
Sol gráfica.



37. $\dfrac{5}{x}>0$, 5>0$\Rightarrow$x>0

Sol. Conjuntista: R^+ ó {x$\in$ R/x>0}

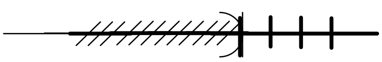
Sol gráfica.



38. $-\dfrac{2}{x}>0 \Rightarrow \dfrac{2}{x}<0$, 2>0$\Rightarrow$x<0

Sol. Conjuntista: R^- ó {x$\in$ R/x<0}

Sol gráfica.



39. $x^2>0$ para todo x$\in$ R-{0}; $\dfrac{1}{x^2}$>0 para todo x$\in$ R-{0}. Luego.

Sol. Conjuntista: Φ

0

40. De lo anterior, se concluye que:

Sol. Conjuntista: R-{0} ó {$x \in$ R/$x \neq 0$}

Sol gráfica: Ídem a la (27).

Sección VII.- Resolver en R:

41. $x = \left|-\frac{3}{2}\right| + \left|\frac{1}{5}\right|$

42. $x = \left|-\frac{3}{2} + \frac{1}{5}\right|$

43. $x = \left|\frac{1}{5}\right| - \left|\frac{3}{2}\right|$

44. $x = \left|-\frac{1}{5}\right| + \left|-\frac{3}{2}\right|$

45. $x = \left|\frac{3}{2}\right| - \left|\frac{1}{5}\right|$

46. $x = \left|\frac{3}{2} + \frac{1}{5}\right|$

47. $x = \left|-\frac{1}{5}\right| . \left|\frac{3}{2}\right|$

48. $x = \left|-\frac{1}{5}\right| \div \left|\frac{3}{2}\right|$

49. $x = \left|\frac{3}{2}\right| \div \left|-\frac{1}{5}\right|$

50. $x = -\left|\frac{3}{2}\right| \cdot \left|-\frac{1}{5}\right|$

Soluciones:

41. $x=\frac{3}{2}+\frac{1}{5}=\frac{17}{10}$

42. $x=-\left|\frac{-13}{10}\right|=\frac{13}{10}$

43. $x=\frac{1}{5}-\frac{3}{2}=-\frac{13}{10}$

44. $x=\frac{1}{5}+\frac{3}{2}=\frac{17}{10}$

45. $x=\frac{3}{2}-\frac{1}{5}=\frac{13}{10}$

46. $x=\left|\frac{17}{10}\right|=\frac{17}{10}$

47. $x=\frac{1}{5}.\frac{3}{2}=\frac{3}{10}$

48. $x=\frac{1}{5}\div\frac{3}{2}=\frac{2}{15}$

49. $x=\frac{3}{2}.\frac{1}{5}=\frac{15}{2}$

50. $x=-(\frac{3}{2}.\frac{1}{5})=-\frac{3}{10}$

Sección VIII.- Resolver en R:

51. $|x-3|=2$ 52. $|x-3|=-2$ 53. $|x-3|<2$

54. $|x-3|>2$ 55. $|x-3|>-2$ 56. $|x-3|<-2$

57. $|x-3|=0$ 58. $|x-3|>0$ 59. $|x-3|<0$

Soluciones:

51. $|x-3|=2 \Rightarrow x-3=2$ ó $x-3=-2$

$x=5$ ó $x=1$

Sol.- {1,5}

52. $X\in R \Rightarrow |x| \geq 0$

Sol. Conjuntista: Φ

53. $|x-3|<2 \Rightarrow -2<x-3<2 \Rightarrow 1<x<5$

Sol. Conjuntista: $\{x\in R/1<x<5\}$

54. $|x-3|>2 \Rightarrow x-3>2$ ó $x-3<-2$

$x>5$ ó $x<1$

Sol. Conjuntista: $\{x\in R/x<1$ ó $x>5\}$

55. Por (52); $x\in R \Rightarrow |x| \geq 0 \Rightarrow |x|>a$ si $a\in R^+$

Sol. Conjuntista: R

56. Por (52), Se concluye que:

Sol. Conjuntista: Φ

57. $|x-3|=0 \Rightarrow x-3=0 \Rightarrow x=3$

Sol. Conjuntista: {3}

58. $|x-3|>0 \Rightarrow x-3>0$ ó $x-3<0$

$x>3$ ó $x<3$

Sol. Conjuntista: R-{3}

59. Por (52), Se concluye que:

Sol. Conjuntista: Φ

Sección IX.- Resolver en R:

60. $\left|\frac{x}{3}\right| = 1$ 61. $\left|\frac{x}{3}\right| < 1$ 62. $\left|\frac{x}{3}\right| > 1$

63. $\left|\frac{x}{3}\right|=0$ 64. $\left|\frac{x}{3}\right| \geq 1$ 65. $\left|\frac{x}{3}\right| \leq 1$

66. $\left|\frac{x}{3}\right| \geq -1$ 67. $\left|\frac{x}{3}\right| \leq -1$ 68. $\left|\frac{x}{3}\right|=2$

Soluciones:

60. $\left|\frac{x}{3}\right|=1 \Rightarrow \frac{x}{3}=1$ ó $\frac{x}{3}=-1$

x=3 ó X=-3

Sol. Conjuntista:{-3,3}

61. $\left|\frac{x}{3}\right|<1 \Rightarrow -1<\frac{x}{3}<1 \quad -3<x<3$

Sol. Conjuntista:{x$\in$ R/-3<x<3}

62. $\left|\frac{x}{3}\right|>1 \Rightarrow \frac{x}{3}>1$ ó $\frac{x}{3}<-1$

x>3 ó x<-3

Sol. Conjuntista:{x$\in$ R/x<-3 ó x>3}

63. $\left|\frac{x}{3}\right|=0 \Rightarrow |x|=0 \Rightarrow x=0$

Sol. Conjuntista:{0}

64. Basta considerar (62), para aceptar:

Sol. Conjuntista: :{x$\in$ R/x$\leq$-3 ó x$\geq$3}

65. Basta considerar (62), para aceptar:

Sol. Conjuntista: :{x$\in$ R/-3$\leq$x$\leq$3}

66. $\left|\frac{x}{3}\right|\geq$-1. Basta considerar (55), para aceptar:

Sol. Conjuntista: R

67. $\left|\frac{x}{3}\right|\leq$-1 Basta considerar (56), para aceptar:

Sol. Conjuntista: Φ

68. $\left|\frac{x}{3}\right|$=2$\Rightarrow\frac{x}{3}$=2 ó $\frac{x}{3}$=-2

x=6 ó x=-6

Sol. Conjuntista: :{-6,6}

Sección X.- Resolver en R:

69. $\left|\frac{x-3}{2}\right|$<1 70. $\left|\frac{x-3}{2}\right|$>1 71. $\left|\frac{x-3}{2}\right|$=1

72. $\left|\frac{x-3}{2}\right|\leq$1 73. $\left|\frac{x-3}{2}\right|\geq$1 74. $\left|x-\frac{3}{2}\right|$=1

75. $\left|x-\frac{3}{2}\right|\leq$1 76. $\left|\frac{x}{2}-3\right|$>1 77. $\left|\frac{x}{2}-3\right|$=1

Soluciones:

69. $\left|\frac{x-3}{2}\right|$<1 $\Rightarrow$ -1<$\frac{x-3}{2}$<1 $\Rightarrow$ -2<x-3<2 $\Rightarrow$ 1<x<5

Sol. Conjuntista: :{x$\in$ R/1<x<5}

70. $\left|\frac{x-3}{2}\right|$>1 $\Rightarrow$ $\frac{x-3}{2}$>1 ó $\frac{x-3}{2}$< -1

X-3 > 2 x-3< -2

X>5 x<1

Sol. Conjuntista: :{x$\in$ R/x<1 ó x>5}

71. $\left|\frac{x-3}{2}\right|$=1$\Rightarrow$ $\frac{x-3}{2}$=1 ó $\frac{x-3}{2}$= -1

X-3=2 x-3=-2

X=5 x=1

Sol. Conjuntista: :{1,5}

72. Basta considerar (69), para aceptar:

Sol. Conjuntista: :{x$\in$ R/1$\leq$x$\leq$5}

73. Basta considerar (70), para aceptar:

Sol. Conjuntista: :{x$\in$ R/x$\leq$1 ó x$\geq$5}

74. $\left|x-\frac{3}{2}\right|$=1 $\Rightarrow$ $x-\frac{3}{2}$=1 ó $x-\frac{3}{2}$= -1

2x-3=2 2x-3= -2

2x=5 2x=1

x = $\frac{5}{2}$ x = $\frac{1}{2}$

Sol. Conjuntista: :{$\frac{1}{2}$,$\frac{5}{2}$}

75. $\left|x-\frac{3}{2}\right|$ $\leq$1$\Rightarrow$-1$\leq$ $x-\frac{3}{2}$ $\leq$1$\Rightarrow$-2$\leq$2x-3$\leq$2$\Rightarrow$1$\leq$2x$\leq$5$\Rightarrow$ $\frac{1}{2}$ $\leq$x$\leq$ $\frac{5}{2}$

Sol. Conjuntista: :{x$\in$ R/$\frac{1}{2}$ $\leq$x$\leq$ $\frac{5}{2}$ }

76. $\left|\frac{x}{2}-3\right|>1$ $\Rightarrow$ $\frac{x}{2}-3$ > 1 ó $\frac{x}{2}-3$< -1

x-6>2 x-6< -2

x>8 ó x<4

Sol. Conjuntista: :{x$\in$ R/x<4 ó x>8 }

77. $\left|\frac{x}{2}-3\right|$=1 $\Rightarrow$ $\frac{x}{2}-3$=1 ó $\frac{x}{2}-3$= -1

X-6=2 x-6= -2

x=8 x=4

Sol. Conjuntista:{4,8}

Seccion XI.- Resolver en R:

78. $\left|\frac{2}{x}\right|=1$ 79. $\left|\frac{2}{x}\right|>0$ 80. $\left|\frac{2}{x}\right|<0$

81. $\left|\frac{2}{x}\right|=0$ 82. $\left|2-\frac{1}{x}\right|=0$ 83. $\left|\frac{2}{x}-1\right|<0$

84. $\left|2-\frac{1}{x}\right|>0$ 85. $\left|\frac{2}{x}-1\right|=0$ 86. $\left|\frac{1-x}{2}\right|=0$

Soluciones:

78. $\left|\frac{2}{x}\right|=1 \Rightarrow \frac{2}{x}=1$ ó $\frac{2}{x}=-1$

$\frac{x}{2}=1$ $\frac{x}{2}=-1$

x=2 x=-2

Sol. Conjuntista:{-2,2}

79. $\left|\frac{2}{x}\right|>0$ para todo: $x \in$ R-{0}. se exceptúa x=0 por problemas de indefinición.

Sol. Conjuntista: R-{0}

80. $\left|\frac{2}{x}\right|<0$. Ningún valor absoluto es menor que cero

Sol. Conjuntista: Φ

81. $\left|\frac{2}{x}\right|=0 \Rightarrow \frac{2}{x}=0$. Ningún x verifica esta igualdad

Sol. Conjuntista: Φ

82. $\left|2-\frac{1}{x}\right|=0 \Rightarrow \frac{2x-1}{x}=0 \Rightarrow$ 2x-1=0 $\Rightarrow$ x=$\frac{1}{2}$

Sol. Conjuntista: $\{\frac{1}{2}\}$

83. $\left|\frac{2}{x}-1\right|<0$. Ningún valor absoluto es menor que cero.

Sol. Conjuntista: Φ

84. $\left|2-\frac{1}{x}\right|>0$ Todo valor absoluto es mayor o igual que cero además:

$\Rightarrow$ 2-$\frac{1}{x}$>0 ó 2-$\frac{1}{x}$<0 $\Rightarrow$ $\frac{2x-1}{x}$>0 ó $\frac{2x-1}{x}$<0;

Si x>0, Entonces:

2x-1>0 ó 2x-1<0 $\Rightarrow$ x>$\frac{1}{2}$ ó x<$\frac{1}{2}$;

de donde:

$$\left.\begin{array}{l} x>0 \\ x>\frac{1}{2} \end{array}\right| \quad \text{ó} \quad \left.\begin{array}{l} x>0 \\ x<\frac{1}{2} \end{array}\right| \Rightarrow x>\frac{1}{2} \quad \text{ó} \quad 0<x<\frac{1}{2}$$

Si x<0, entonces:

2x-1<0 ó 2x-1>0 $\Rightarrow$ x<$\frac{1}{2}$ ó x>$\frac{1}{2}$

de donde:

$$\left.\begin{array}{l} x<0 \\ x<\frac{1}{2} \end{array}\right| \quad \text{ó} \quad \left.\begin{array}{l} x<0 \\ x>\frac{1}{2} \end{array}\right| \Rightarrow x<0$$

Sol. Conjuntista: :{x$\in$ R/x<0 ó 0<x<$\frac{1}{2}$ ó x>$\frac{1}{2}$}

O bien:$(-\infty,0) \cup (0, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$

85. $\left|\frac{2}{x}-1\right|$=0$\Rightarrow$ $\left|\frac{2-x}{x}\right|$=0$\Rightarrow$ $\frac{2-x}{x}$=0$\Rightarrow$ 2-x=0 $\Rightarrow$ x=2

Sol. Conjuntista: {2}

86. $\left|\frac{1-x}{2}\right|$=0$\Rightarrow$ $\frac{1-x}{2}$=0 $\Rightarrow$1-x=0$\Rightarrow$x=1

Sol. Conjuntista: {1}

Seccion XII: Resolver en R:

87. $\left|\frac{2}{3}+\frac{x+5}{2}\right|=1$ 88. $\left|\frac{3}{4}+\frac{2x-1}{8}\right|=-1$

89. $\left|\frac{2+(3x-5)}{3}\right|<1$ 90. $\left|\frac{3-(x-4).2}{2}\right|>1$

91. $\left|x^2-x\right|=0$ 92. $\left|x^2-1\right|=1$

93. $\left|x^2-2x\right|=1$ 94. $\left|x^4-1\right|=0$

Soluciones:

87. $\left|\frac{2}{3}+\frac{x+5}{2}\right|=1 \Rightarrow \left|\frac{4+3x+15}{6}\right|=1 \Rightarrow \left|\frac{4+3x+15}{6}\right|=1$

$\Rightarrow \frac{3x+19}{6}=1$ Ó $\frac{3x+19}{6}=-1$

3x+19=6 3x+19=-6

3x=-$\frac{13}{3}$ x=-$\frac{25}{3}$

Sol. Conjuntista: :{-$\frac{13}{3},-\frac{25}{3}$ }

88. Ningún valor absoluto es menor que cero

Sol. Conjuntista: Φ

89. $\left|\frac{2+(3x-5)}{3}\right|<1 \Rightarrow \left|\frac{2+3x-5}{3}\right|<1 \Rightarrow \left|\frac{3x-3}{3}\right|<1 \Rightarrow \left|\frac{\cancel{3}(x-3)}{\cancel{3}}\right|<1$

$\Rightarrow \left|x-1\right|<1 \Rightarrow$-1<x<10<x<2

90. $\left|\frac{3-(x-4).2}{2}\right|>1 \Rightarrow \left|\frac{3-2x+8}{2}\right|>1 \Rightarrow \left|\frac{-2x+11}{2}\right|>1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{-2x+11}{2}>1$ Ó $\frac{-2x+11}{2}<-1$

-2x+11>2 -2x+11<-2

-2x>-9 -2x<-13

x<$\frac{9}{2}$ ó x>$\frac{13}{2}$

Sol. Conjuntista: :{x$\in$ R/x<$\frac{9}{2}$ ó x>$\frac{13}{2}$}

91. $\left|x^2 - x\right| = 0 \Rightarrow x^2 - x = 0 \Rightarrow$ x(x-1)=0$\Rightarrow$x=0 ó x=1

Sol. Conjuntista: :{0,1}

92. $\left|x^2 - 1\right| = 1 \Rightarrow x^2 - 1 = 1$ ó $x^2 - 1 = -1$

$x^2 = 2$ $\qquad$ $x^2 = 0$

$x = \pm\sqrt{2}$ $\qquad$ x=0

Sol. Conjuntista: :{ $-\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$,0}

93. $\left|x^2 - 2x\right| = 1 \Rightarrow x^2 - 2x = 1$ ó $x^2 - 2x = -1$

$x^2 - 2x - 1 = 0$ $\qquad$ $x^2 - 2x + 1 = 0$

x=$\dfrac{2 \pm \sqrt{4+4}}{2}$ $\qquad$ x=$\dfrac{2 \pm \sqrt{4-4}}{2}$

x=1$\pm$ $\sqrt{2}$ $\qquad$ x=1

Sol. Conjuntista: :{ 1$\pm$ $\sqrt{2}$,1-$\sqrt{2}$,1}

94. $\left|x^4 - 1\right| = 0 \Rightarrow x^4 - 1 = 0 \Rightarrow x^4 = 1 \Rightarrow$x=$\pm$ 1

Sol. Conjuntista: :{ 1,-1}

Sección XIII: .-Expresar en forma de intervalo(s), los resultados de la:

Soluciones:

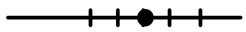
95.	8. $(-\infty,-3] \cup (0,\infty)$	9. $(-\infty,5]$
	10. $(-\infty,5)$	11. $(-\infty,1)$
96.	12. $(1,\infty)$	13. $(-1,\infty)$
	14. (-10,1)	15. (-8,-1)

	16. (0,5)	17. $\left(-\infty,0\right]\cup\left[5,\infty\right)$
	18. $\left(-\infty,-3\right]\cup\left[3,\infty\right)$	19. (-3,3)
97.	21. $\left(-\infty,\infty\right)$	22. $\left(-\sqrt[4]{3},\sqrt[4]{3}\right)$
	23. $\left(-\infty,-\sqrt[4]{3}\right]\cup\left[\sqrt[4]{3},\infty\right)$	24. $\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(1,\infty\right)$
	27. $\left(-\infty,0\right)\cup\left(0,\infty\right)$	
98.	29. $\left(\dfrac{5}{6},\dfrac{10}{6}\right)$	
99.	35. $\left(-\infty,-3\right]\cup\left[3,\infty\right)$	36. $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$
	37. $(0,\infty)$	38. $(-\infty,0)$
	62 $(-\infty,0)\cup(0,\infty)$	
100.	Las soluciones son sólo puntos en R	
101.	53 (1,5)	54 $(-\infty,1)\cup(5,\infty)$
	55 $(-\infty,\infty)$	58 $(-\infty,3)\cup(3,\infty)$
102.	61 (-3,3)	62 $(-\infty,-3)\cup(3,\infty)$
	64 $\left(-\infty,-3\right]\cup\left[3,\infty\right)$	65 $\left[-3,3\right]$
	66 $(-\infty,\infty)$	
103.	69 (1,5)	70 $(-\infty,1)\cup(5,\infty)$
	72 $\left[1,5\right]$	73 $\left(-\infty,1\right]\cup\left[5,\infty\right)$
	75 $\left[\dfrac{1}{2},\dfrac{5}{2}\right]$	76 $(-\infty,4)\cup(8,\infty)$
104.	79 $(-\infty,0)\cup(0,\infty)$	84 $(-\infty,0)\cup(0,\frac{1}{2})\cup(\frac{1}{2},\infty)$
105.	89 (0,2)	90 $(-\infty,\frac{9}{2})\cup(\frac{13}{2},\infty)$

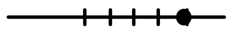
Nota: .-Las “soluciones” que faltan, se refieren a “puntos”, o bien a “conjunto vacío”.

AUTOEVALUACION #1 ORDEN EN LOS REALES

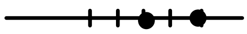
106. La solución gráfica de : $|x-3|=-1$, es:



a)



b)

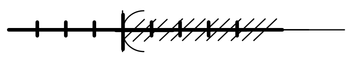


c)

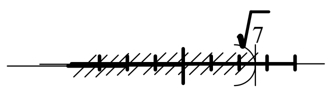
d)

e) Ninguna de las anteriores.

107. La solución gráfica de : $\dfrac{x^2+\sqrt{7}}{x}<0$, es:

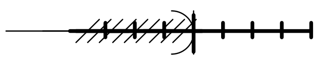


a)

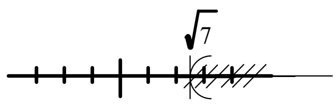


b)

0 1 2 3 4



c)

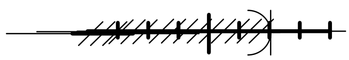


d)

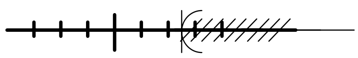
0 1 2 3 4

e) Ninguna de las anteriores.

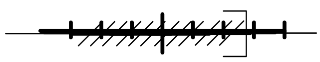
108. La solución gráfica de : $\dfrac{x-\frac{1}{2}}{2}\leq 1$, es:



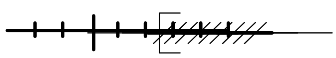
a)



b)



c)



d)

e) Ninguna de las anteriores.

109. La adición de las desigualdades siguientes: $\dfrac{2x-\frac{1}{2}}{2}>1$, $\dfrac{3x}{2}-\dfrac{1}{2}<\dfrac{3}{4}$, $2(x-\dfrac{1}{3})$ <0; admite como resultado, la expresión siguiente:

-3 -2 -1 0 1 2 3 4

a)3x< $\frac{29}{12}$ b)3x> $\frac{29}{12}$

c) x<- $\frac{1}{12}$ d) x>- $\frac{1}{12}$

e) Ninguna de las anteriores.

110. La solución del sistema: $\left.\begin{array}{l} x-1/2\leq 0 \\ \frac{x+1}{2}\geq 0 \\ \frac{x}{2}+1\geq 0 \end{array}\right|$

Esta dada por:

a) {x$\in$ R/-1<x<$-\frac{1}{2}$} b) {x$\in$ R/-1$\geq$ x$\leq$ $-\frac{1}{2}$}

c) {x$\in$ R/$-\frac{1}{2}$ $\leq$ x$\leq$ -1} d) {x$\in$ R/x$\geq$-1 ó x$\leq$ $-\frac{1}{2}$}

e) Ninguna de las anteriores.

111. La solución del sistema: $\left.\begin{array}{l} \frac{\sqrt{x-3}}{2}=1 \\ \frac{x-3}{4}<-\frac{1}{2}x+1 \end{array}\right|$, es :

a) x=5 b) x>5

c) x<5 d) x$\leq$ 5

e) Ninguna de las anteriores.

112. La ecuación $\left|x^2+x\right|=1$, tiene como solución :

a) Dos reales positivos b) Dos reales negativos

c) Dos reales distinto signo diferentes d) cuatro reales

e) Ninguna de las anteriores.

113. La ecuación $\left|\frac{2x-3}{2}\right|=-3$, tiene como solución :

a) Dos reales positivos b) Dos reales negativos

c) Dos reales distinto signo d) No tiene solución

e) Ninguna de las anteriores.

114. La inecuación: $x^2 \leq -1$, tiene como solución:

a) {x∈ R/-1≤x≤ 1} b) {x∈ R/-1<x≤-1}

c) {x∈ R/x≥-1 ó x≤ 1} d) {x∈ R/x≥1 ó x≤-1}

e) Ninguna de las anteriores.

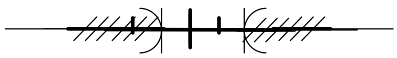
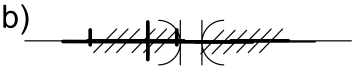
115. La inecuación: $\frac{x+1}{x^2} > 0$, tiene como solución los x reales, tales que:

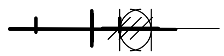
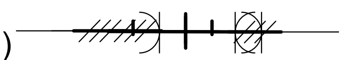
a) x>1 b) x>-1

c) x<1 d) x<-1

e) Ninguna de las anteriores.

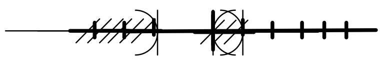
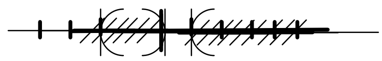
116. La solución gráfica de: $x^2 - 3x + 2 > 0$, es:

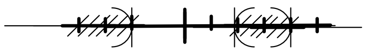
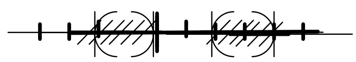
a)  b) 

c)  d) 

e) Ninguna de las anteriores.

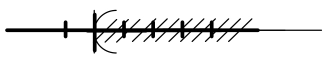
117. La solución gráfica de $2x^3 + 2x^2 - 4x < 0$, es:

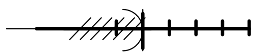
a)  b) 

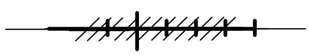
c)  d) 

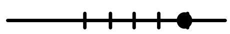
e) Ninguna de las anteriores.

118. La solución gráfica de $\frac{3}{x} < 0$, es:


a)


b)


c)


d)

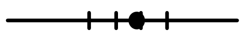
-2 -1 0 1 2 3

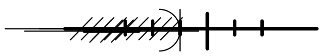
e) Ninguna de las anteriores.

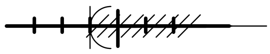
R

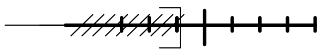
-2 -1 0 1 2 3

119. La solución gráfica correspondiente a $\left.\begin{array}{l} x \le -1 \\ -x \le 1 \end{array}\right|$, es:


a)


b)


c)


d)

e) Ninguna de las anteriores.

120. La inecuación: $x^2 < \frac{x}{4}$, tiene como solución:

a) {x$\in$ R/0<x<$\frac{1}{4}$}

b) {x$\in$ R/x>0 ó x<$\frac{1}{4}$} -3 -2 -1 0 1

c) {x$\in$ R/x>$\frac{1}{4}$ ó x<0}

d) {x$\in$ R/x<$\frac{1}{4}$}

e) Ninguna de las anteriores.

121. Una solución \`para el sistema: $\left.\begin{array}{l} \frac{x+2/3}{2/3} > 1 \\ \frac{x-3/2}{3/2} < 1 \end{array}\right|$ -3 -2 -1 0 1

Está dada por:

a) Φ

b) {x$\in$ R/0<x<2}

c) {x$\in$ R/0<x<3}

d) {x$\in$ R/x>1 ó x<1}

e) Ninguna de las anteriores.

122. Dadas las siguientes proporciones:

I) $x \le y$, $z<0 \Rightarrow xz \le yz$

II) $x \le y, z>0 \Rightarrow xz \le yz$

III) $x \le y, z<0 \Rightarrow xz \ge yz$

tan sólo se pueden admitir como verdaderas:

a) I y II

b) I y III

c) II y III

d) II

e) Ninguna de las anteriores

123. De todas las proporciones siguientes, sólo se admite como falsa:

a) $\sqrt{9+16} < \sqrt{9} < \sqrt{16}$ b) $(\frac{\sqrt{2}}{2})^{0} \geq 1$

c) $\frac{7}{8} \leq \frac{8}{9}$ d) 0.125=2 $^{-3}$

e) Ninguna de las anteriores

124. La inecuación: x^{2} +π<0, tiene como solución:

a) {x$\in$ R/-π<x< π} b) {x$\in$ R/x>π ó x<-$\sqrt{\pi}$ }

c) {x$\in$ R/-$\sqrt{\pi}$ <x<$\sqrt{\pi}$ } d) {x$\in$ R/x> π ó x< -π}

e) Ninguna de las anteriores

125. Los x reales, que satisfacen la inecuación:

X ^{2} > π, están dados por:

a) x>$\sqrt{\pi}$ ó x<-$\sqrt{\pi}$ b)- $\sqrt{\pi}$ < x<$\sqrt{\pi}$

c) x>$\sqrt{\pi}$ } d) x> π ó x< -π}

e) Ninguna de las anteriores

126. La inecuación: $\left|x+\frac{1}{2}\right| \geq \frac{3}{4}$, tiene como solución:

a) {x$\in$ R/x$\geq \frac{1}{4}$} b) {x$\in$ R/x$\geq \frac{5}{4}$}

c) {x$\in$ R/x$\geq \frac{1}{4}$ ó x$\leq -\frac{5}{4}$} d) {x$\in$ R/$-\frac{5}{4} \leq x \leq \frac{1}{4}$}

e) Ninguna de las anteriores

127. La inecuación: $\frac{1}{x}$ >0, tiene como solución:

a) {x$\in$ R/x>0} b) {x$\in$ R/x<0}

c) {x$\in$ R/x≥ 0 } d) {x$\in$ R/ $x \leq 0$ }

e) Ninguna de las anteriores

128. La ecuación:3x=$\left|\frac{3}{4}\right| - \left|\frac{1}{2}\right|$, tiene como solución:

a) Un real positivo b) Un real negativo

c) Dos soluciones d) No tiene solución

e) Ninguna de las anteriores

129. La solución del sistema: $\left.\begin{array}{l} 2x-1=1 \\ \frac{x+3}{2} \leq 1 \end{array}\right|$,es:

a) x=1   b) x>1

c) x<1   d) No tiene solución

e) Ninguna de las anteriores.

130. Para resolver la inecuación : $\frac{2x-1}{x^2+9} < 2$, Basta multiplicar por:

a) $x^2+9<0$ b) $x^2+9>0$

c) $x^2+9>0$ y $x^2+9<0$ d) No tiene solución

e) Ninguna de las anteriores.

131. La inecuación: $\left|\frac{x}{3}\right|<3$, tiene como solución:

a) $\{x \in R / x>-3$ ó $x<3\}$ b) $\{x \in R / -3<x<3\}$

c) $\{x \in R / x<3\}$ d) $\{x \in R / x<-3$ ó $x>3\}$

e) Ninguna de las anteriores

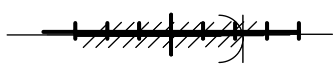
132. Al multiplicar por $-\frac{1}{3}$, toda la desigualdad: $\frac{3}{4} \leq \frac{5}{3}$, esta queda de la forma:

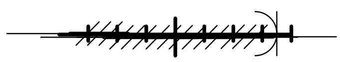
a) $-\frac{1}{4} \leq -\frac{5}{9}$ b) $\frac{5}{9} > \frac{1}{4}$

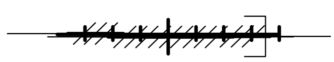
c) $-\frac{1}{4} \leq \frac{5}{9}$ d) $\frac{1}{4} \leq \frac{5}{9}$

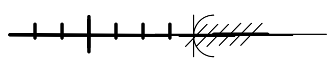
e) Ninguna de las anteriores.

133. Dada la inecuación $\frac{2x-1}{3} < 2$; esta admite como solución gráfica:


a)


b)


c)


d)

e) Ninguna de las anteriores.

134. Dada : $v \leq w$ y $z \leq 0$; se verifica:

a) $\frac{1}{v} \geq \frac{1}{w}$

b) $vz < wz$

c) $vz \geq wz$

d) $v \leq w + z$

e) Ninguna de las anteriores.

135. El sistema : $\left.\begin{array}{l} 2x - \frac{1}{2} \leq 2 \\ \frac{\sqrt{x}}{3} = 1 \end{array}\right|$, tiene como solución:

a) {x∈ R/x=3}

b) {x∈ R/x=9}

c) {x∈ R/x≤ $\frac{5}{4}$}

d) No tiene solución

e) Ninguna de las anteriores

136. Una solución conjuntista para la inecuación:

$x^2 + 3x - 28 > 0$, es:

a) Φ

b) {x∈ R/x<-7 ó x>4}

c) {x∈ R/x> $\frac{28}{3}$ }

d) $v \leq w + z$

e) Ninguna de las anteriores.

137. El sistema: $\left.\begin{array}{l} \frac{2x - 1/5}{2} \leq 1 \\ \frac{x+1}{2} > 2 \end{array}\right|$ admite como reducción:

a) $\left.\begin{array}{l} x \leq 11/10 \\ x > 3 \end{array}\right|$

b) $\left.\begin{array}{l} x \geq 2/5 \\ x > 1 \end{array}\right|$

c) $\left.\begin{array}{l} x \leq 11/5 \\ x > 3 \end{array}\right|$

d) $\left.\begin{array}{l} x \leq 11/5 \\ x > 1 \end{array}\right|$

e) Ninguna de las anteriores.

Soluciones al auto evaluación #1:

106. e	107. c	108. c	109. e
110. b	111. e	112. c	113. d
114. e	115. b	116. b	117. a
118. b	119. e	120. a	121. c

122. c	123. e	124. e	125. a
126. c	127. a	128. a	129. d
130. b	131. b	132. d	133. b
134. d	135. d	136. b	137. a

Solucionario desarrollado al auto evaluación #1

106. No admite solución, ya que para todo x $\in$ R, $|x| \geq 0$ (e)

107. $\frac{x^2+\sqrt{7}}{x} < 0, x^2+\sqrt{7} > 0 \Rightarrow x < 0$ (c)

108. $\frac{x-\frac{1}{2}}{2} \leq 1 \Rightarrow x-\frac{1}{2} \leq 2 \Rightarrow x \leq 2\frac{1}{2}$ (c)

109. $\left.\begin{array}{l} 2x-\frac{1}{2} > 2 \\ 6x-2 < 3 \\ 2x-\frac{2}{3} < 0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4x-1 > 4 \\ 6x-2 < 3 \\ 6x-2 < 0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4x > 5 \\ 6x < 5 \\ 6x < 2 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 5 < 4x \\ 12x < 7 \end{array}\right| \Rightarrow$

$\Rightarrow$ 12x+5<4x+7$\Rightarrow$ x<$\Rightarrow$ 8x<2 $\frac{1}{4}$ (e)

110 $\left.\begin{array}{l} x+\frac{1}{2} \leq 0 \\ \frac{x+1}{2} \geq 0 \\ \frac{x}{2}+1 \geq 0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x \leq -\frac{1}{2} \\ x \geq -1 \\ x \geq -2 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x \leq -\frac{1}{2} \\ x \geq -1 \end{array}\right| \Rightarrow$ -1 $\leq$ x $\leq$ -$\frac{1}{2}$ (b)

111 $\sqrt{x-3} = 2 \Rightarrow$ x-3=4$\Rightarrow$ x=7. Sustituyendo tal valor en la ecuación, se tiene: $\frac{7-3}{4}$ /< $-\frac{1}{2}$.7+1 ya que: $\cancel{1}$ < -2. $\frac{1}{2}$ (e)

112. $|x^2+x| = 1 \Leftrightarrow x^2+x = 1$ ó x^2 +x=-1

$x^2 + x - 1 = 0$	$x^2 + x - 1 = 0$
x=$\frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$	x=$\frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2}$
Dos soluciones reales (c)	Dos soluciones no reales

113 No se admite solución; ver (106) (d)

114 No se admite solución, ya que para todo x$\in$ R, se tiene

$x^2 \geq 0$ (e)

115.- $\dfrac{x+1}{x^2+1} > 0$, $x^2+1>0 \Rightarrow$ x>-1 (b)

116.- $x^2-3x+2>0 \Rightarrow$ (x-2) (x-1)>0$\Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l} x-2>0 \\ x-1<0 \end{array}\right|$ $\left.\begin{array}{l} x>2 \\ x<1 \end{array}\right|$ x>2

Ó $\Rightarrow$ ó

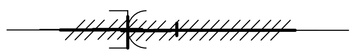
$\left.\begin{array}{l} x-2<0 \\ x-1<0 \end{array}\right|$ $\left.\begin{array}{l} x<2 \\ x<1 \end{array}\right|$ x<1

117.- $2x^3+2x^2-4x<0 \Rightarrow 2x(x^2+x-2)<0 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ 2x(x+2) (x-1) <0

-2	**-1**	**0**	**1**
-	+ + +	+ + +	+
-	- - - -	+ + +	+
-	- - - -	- - - -	+
-	+	-	+

118.- $\dfrac{3}{x} < 0$,3>0$\Rightarrow$ x<0 (b)



119 $\left.\begin{array}{l} x\leq -1 \\ -x<1 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x\leq -1 \\ x>-1 \end{array}\right| \Rightarrow$ Φ, ya que:

120 $x^2 < \dfrac{x}{4} \Rightarrow x^2 - \dfrac{x}{4} < 0 \Rightarrow$ x(x-$\dfrac{1}{4}$) <0$\Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l} x<0 \\ x-\dfrac{1}{4}>0 \end{array}\right|$ $\left.\begin{array}{l} x<0 \\ x>\dfrac{1}{4} \end{array}\right|$ $\dfrac{1}{4}<x<0\,*$

ó $\Rightarrow$ ó

$\left.\begin{array}{l} x>0 \\ x-\dfrac{1}{4}>0 \end{array}\right|$ $\left.\begin{array}{l} x>0 \\ x<\dfrac{1}{4} \end{array}\right|$ $0<x<\dfrac{1}{4}$ (a)

121 $\left.\begin{array}{l}\dfrac{x+2/3}{2/3}>1 \\ \dfrac{x-3/2}{3/2}<1\end{array}\right. \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+2/3>2/3 \\ x-3/2<3/2\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x>0 \\ x<3\end{array}\right| \Rightarrow$ 0<x<3 (c)

122 I: Falsa; II: verdadera, III: verdadera (c)

123 a)$\Rightarrow \sqrt{25}<\sqrt{9}+\sqrt{16} \Rightarrow 5<3+4$ (verdadera)

b)$1 \geq 1$ (verdadera)

c)$\dfrac{7}{8} \leq \dfrac{8}{9} \Rightarrow \dfrac{63}{72} \leq \dfrac{64}{72}$ (verdadera)

d)$\dfrac{1}{8}=2^{-3}$ (verdadera)

124 x$\in$ R$\Rightarrow x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2+\pi>0$. No existe $x \in R$ tal que verifique: $x^2+\pi$ <0 (e)

125 $x^2>\pi \Rightarrow x^2-\pi>0 \Rightarrow (x-\pi)(x+\pi)$ >0$\Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l} x-\sqrt{\pi}>0 \\ x+\sqrt{\pi}>0\end{array}\right| \qquad \left.\begin{array}{l} x>\sqrt{\pi} \\ x>-\sqrt{\pi}\end{array}\right| \qquad x>\sqrt{\pi}$

ó (a)

$\left.\begin{array}{l} x-\sqrt{\pi}<0 \\ x+\sqrt{\pi}<0\end{array}\right| \qquad \left.\begin{array}{l} x<\sqrt{\pi} \\ x<-\sqrt{\pi}\end{array}\right| \qquad x<\sqrt{\pi}$

126 $\left|x+\dfrac{1}{2}\right| \geq \dfrac{3}{4} \Rightarrow x+\dfrac{1}{2} \geq \dfrac{3}{4}$ ó $x+\dfrac{1}{2} \leq -\dfrac{3}{4}$

$x \geq \dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{2}$ $\qquad$ $x \leq -\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{2}$

$x \geq \dfrac{1}{4}$ ó $x \leq -\dfrac{5}{4}$

127 $\dfrac{1}{x}>0$, 1>0 $\Rightarrow$ x>0 (a)

128 3x=$\left|\dfrac{3}{4}\right|-\left|\dfrac{1}{2}\right| \Rightarrow 3x=\dfrac{1}{4} \Rightarrow x=\dfrac{1}{12}$ (a)

129 2x=2$\Rightarrow$x=1. Introduciendo tal valor en la desigualdad, se tiene: $\dfrac{1+3}{2} \neq 1$ya que 2>1 (d)

130.- $x^2+9>0$para todo x$\in$R. Basta multiplicar por

$x^2+9>0$ (b)

131.- $\left|\frac{x}{3}\right|<1 \Leftrightarrow -1<\frac{x}{3}<1 \Rightarrow -3<x<3$ (b)

132 $\frac{3}{4}\le\frac{5}{3}\Rightarrow -\frac{\cancel{3}}{4}.\frac{1}{\cancel{3}}\ge -\frac{5}{3}.\frac{1}{3}\Rightarrow -\frac{1}{4}\ge -\frac{5}{9}\Rightarrow \frac{1}{4}\le\frac{5}{9}$ (d)

133 $\frac{2x-1}{3}<2\Rightarrow 2x-1<6\Rightarrow 2x<7\Rightarrow x<3\frac{1}{2}$ (b)

134 a) No se verifica, ya que no se estipuló que

v Y w fueron positivas.

b) No se verifica, ya que z puede ser cero

c) Sin discusión (d)

135. $\frac{\sqrt{x}}{3}=1\Rightarrow\sqrt{x}=3\Rightarrow x=9$. Introduciendo este valor en la

inecuación: 2.9-$\frac{1}{2}\ne 2$, ya que: $17\frac{1}{2}>2$ (d)

136. $x^2+3x-28=(x+7)(x-4);(x^2+3x+28)>0\Rightarrow$

$\Rightarrow(x+7)(x-4)>0$

$$\left.\begin{array}{l}x+7>0\\x-4>0\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}x>-7\\x>4\end{array}\right| \Rightarrow \qquad \Rightarrow \begin{array}{l}x>4\\ó\\x<-7\end{array} \quad \text{(b)}$$

$$\left.\begin{array}{l}x+7<0\\x-4<0\end{array}\right| \qquad \left.\begin{array}{l}x<-7\\x<4\end{array}\right|$$

137. $\Rightarrow 2x-\frac{1}{5}\le 2\Rightarrow 2x\le 2+\frac{1}{5}\Rightarrow 2x\le\frac{11}{5}\Rightarrow x\le\frac{11}{10}$

$\frac{x+1}{2}>2\Rightarrow x+1>4\Rightarrow x>3$ (a)

Sección XIV. Calcular las X-intersecciones de las rectas siguientes:

138. $\frac{x-3}{2}=2x+y$

139. $\frac{3x}{2}-y=2(1-x)$

140. $\frac{2x-\frac{1}{2}}{3}=x+2(3-y)$

141. $\frac{2-y+3x}{2}=5(x-y)$

142. $\frac{x}{2}=3$

143. $\frac{y+5}{2}=1$

144. $\frac{x}{y}=1$

145. $\frac{1}{y}=\frac{1}{x}$

Soluciones:

138. y=0 $\Rightarrow \frac{x-3}{2}=2x \Rightarrow x-3=4x \Rightarrow x=-1$

x=0 $\Rightarrow -\frac{3}{2}=y$

139. y=0 $\Rightarrow \frac{3x}{2}=2(1-x) \Rightarrow 3x=4-4x \Rightarrow x=\frac{4}{7}$

x=0 $\Rightarrow$ -y=2 $\Rightarrow$ y=-2

X-intersección: $\frac{4}{7}$; y-intersección:-2

140. y=0 $\Rightarrow \frac{2x-\frac{1}{2}}{3}$ =x+6 $\Rightarrow 2x-\frac{1}{2}=3x+18 \Rightarrow -18\frac{1}{2}=x$

x=0 $\Rightarrow \frac{-\frac{1}{2}}{3}=2(3-y) \Rightarrow -\frac{1}{6}=6-2y \Rightarrow y=\frac{37}{12}$

X-intersección: $-18\frac{1}{2}$; y-intersección: $3\frac{1}{2}$

141. y=0 $\Rightarrow \frac{2+3x}{2}=5x \Rightarrow 2+3x=10x \Rightarrow x=\frac{2}{7}$

x=0 $\Rightarrow \frac{2-y}{2}=-5y \Rightarrow 2-y=-10y \Rightarrow y=-\frac{2}{9}$

X-intersección: $\frac{2}{7}$; y-intersección: $-\frac{2}{9}$

142. X-intersección: 6; y-intersección: No tiene

143. X-intersección: No tiene; y-intersección:-3

144. $\frac{x}{y}=1 \Rightarrow$x=y X-intersección = o; y-intersección =0

138. $\frac{1}{y}=\frac{1}{x} \Rightarrow x=y$ soluciones de (144)

Sección XV.- Dado los puntos: A (3,-2), B (-1,-4), C (2,1) y D (4,5). Calcular:

146. El perímetro del cuadrilátero anterior.

147. La longitud de las diagonales del cuadrilátero anterior.

148. Los puntos medios de los lados de tal cuadrilátero.

149. El perímetro del cuadrilátero descrito por los puntos medios de los lados del cuadrilátero primitivo.

150. ¿Qué figura es este nuevo cuadrilátero? Justificar la respuesta.

Dado los puntos: A (-3,3) y B (3,-3). Ubicar el punto C tal que:

151.- ABC sea un triángulo equilátero ¿Cuántas soluciones existen? Justificar la respuesta.

152.- ABC sea un triángulo isósceles ¿Cuántas soluciones existen? Justificar la respuesta.

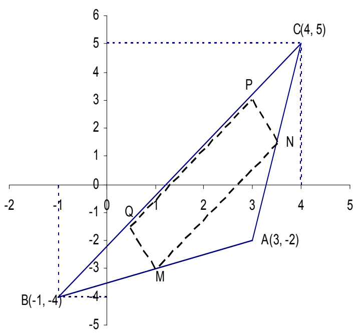
Soluciones: Las respuestas (146) al (150), están relacionadas con la figura adjunta

146.- Sea P el perímetro:

P= $\left|\overline{AD}\right|+\left|\overline{DC}\right|+\left|\overline{CB}+\left|\overline{BA}\right|\right|$,

donde:

$\left|\overline{AD}\right| = \sqrt{1+49} = 5\sqrt{2}$



$\left|\overline{DC}\right| = \sqrt{4+16} = 2\sqrt{5}$

$\left|\overline{CB}\right| = \sqrt{9+25} = \sqrt{34}$

$\therefore$ p= $5\sqrt{2} + 4\sqrt{5} + \sqrt{34}$

147.- diagonales: $\overline{BD} y \overline{AC}$

$\left|\overline{BD}\right| = \sqrt{25+81} = \sqrt{106}$

$\left|\overline{AC}\right| = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$

148.- M, N, P y Q Puntos medios de: $\overline{BA} y \overline{AD}$, $\overline{DC} y \overline{CB}$ respectivamente:

Xm= $\frac{3-1}{2}$ =1, Ym= $\frac{-2-4}{2}$ =-3; M (1,-3)

Xn= $\frac{4+3}{2}$ = $\frac{7}{2}$; Yn= $\frac{5+1}{2}$ =3; N ($\left(\frac{7}{2},\frac{3}{2}\right)$

Xp= $\frac{4+2}{2}$ =3; Yp= $\frac{5+1}{2}$ =3; P= (3,3)

Xq= $\frac{2-1}{2}$ = $\frac{1}{2}$; Yq= $\frac{1-4}{2}$ = $\frac{3}{2}$ Q= ($\left(\frac{1}{2},-\frac{3}{2}\right)$

149.- perímetro p; p= $\left|\overline{MN}\right| + \left|\overline{NP}\right| + \left|\overline{PQ}\right| + \left|\overline{QM}\right|$

$\left|\overline{MN}\right|$ = $\sqrt{\frac{25}{4}+\frac{81}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{106}$

$\left|\overline{NP}\right| = \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{9}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{10}$

$\Rightarrow$p= $\sqrt{106}+\sqrt{10}$

$\left|\overline{PQ}\right| = \sqrt{\frac{25}{4}+\frac{81}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{106}$

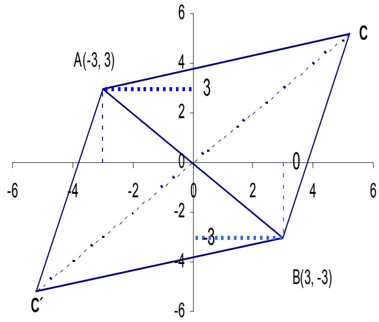
$\left|\overline{QM}\right| = \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{9}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{10}$

150.- El cuadrilátero MNPQ es un paralelogramo, ya que de (149) se tiene que sus lados opuestos son de igual longitud ($\left(\left|\overline{MN}\right| = \left|\overline{PQ}\right|; \left|\overline{NP}\right| = \left|\overline{QM}\right|\right.$)

Nota: Se puede aprovechar el siguiente recurso:

"En un triángulo cualquiera, el segmento que une los puntos medios de dos lados, es paralelo, y de longitud, la mitad del tercer lado", en tal caso el resultado se hace inmediato.

151. $\triangle$ ABC equilátero, luego C se encuentra en la mediatriz de $\overline{AB}$ que en este caso coincide con la bisectriz del I y III cuadrante.



$$\left|\overline{AC}\right| = \left|\overline{AB}\right|, \left|\overline{AB}\right| = \sqrt{36+36} = 6\sqrt{2}$$

aprovechando el hecho de que C debe tener sus coordenadas iguales, se tiene:

$$\left|\overline{AC}\right| = \left(\sqrt{(x+3)^2+(x-3)^2}\right) = 6\sqrt{2} \Rightarrow$$

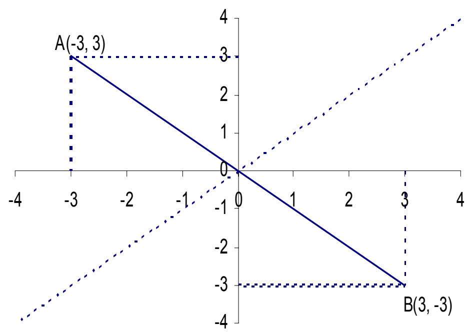
$$(x+3)^2+(x-3)^2 = 72 \Rightarrow$$

$$x^2+6x+9+x^2-6x+9 = 72 \Rightarrow 2x^2 = 54$$

$$\Rightarrow x^2 = 27 \Rightarrow x = \pm 3\sqrt{3}$$

Es inmediato de la figura como de la deducción, que existen dos soluciones y son: $C = (3\sqrt{3}, 3\sqrt{3}), C'(-3\sqrt{3}, -3\sqrt{3})$

152. Cada punto de la mediatriz de $\overline{AB}$ es solución (a excepción del origen).



Existen infinitas
soluciones.

Sección XVI.- Por el punto de intersección de las rectas:
L1, 2x-y=9 y L2, 3x+2y=1, se pasa una recta. Dar la ecuación de esta tercera recta, si esta pasa además:

153. paralela al eje x
154. paralela al eje y
155. perpendicular al eje x
156. perpendicular al eje y
157. paralela a la recta L1
158. paralela a la recta L2
159. por el origen del sistema de coordenadas.

Soluciones:

P punto de intersección de L1

L2: $\begin{matrix} 2x-y=9 \\ 3x+2y=1 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 4x-2y=18 \\ 3x+2y=1 \end{matrix} \Rightarrow$

7x=19 $\Rightarrow$ x= $\frac{19}{7}$; $2\frac{19}{7}-y=9 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ 38-7y=63 $\Rightarrow$ y=- $\frac{25}{7}$ $\therefore$

P $(\frac{19}{7},-\frac{25}{7})$ punto de intersección.

153.- paralela al eje x; y-intersección: $-\frac{25}{7}$

Ecuación pedida y= $-\frac{25}{7}$

154.- paralela al eje y; x-intersección: $\frac{19}{7}$

Ecuación pedida: x= $\frac{19}{7}$

155.- perpendicular al eje x, o sea paralela al eje Y Solución (154)

156.- perpendicular al eje y, o sea paralela al eje x .

Solución (153).

157.- coincidente con L1 obvio.

158.- coincidente con L2. Obvio.

159.- y= $-\frac{\frac{25}{7}}{\frac{19}{7}}x \Rightarrow y=-\frac{25}{19}x$

Sección XVII.- Determinar si son colineales o no, cada uno de los siguientes tríos de puntos:

160.- (2,-3), (1-1), (2-4)

161.- (7,0), (2-3), (1,1)

162.- (-2,2), (1,-1), (3,-4)

163.- (-2,1), (1,-3), (2,4)

164.- (0,0), (-3,3), (2,2)

165.- (0,3),(0,5),(0,-2)

166.- (2,1), (3,1), (5,1)

167.- (1,6), (-2,3), (0,5)

Soluciones:

160.- $\left|\overline{AB}\right|=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$ $\left|\overline{BC}\right|=\sqrt{1+9}=\sqrt{10} \Rightarrow$ No son colineales ya que: $\sqrt{10}\neq\sqrt{5}+1$

$\left|\overline{AC}\right|=\sqrt{0+1}=1$

161.- $\left|\overline{AB}\right|=\sqrt{25+9}=\sqrt{34}$ $\left|\overline{BC}\right|=\sqrt{1+16}=\sqrt{17} \Rightarrow$ Ídem, ya que: $\sqrt{37}\neq\sqrt{34}+\sqrt{17}$

$\left|\overline{AC}\right|=\sqrt{36+1}=\sqrt{37}$

162.- $\left|\overline{AB}\right|=\sqrt{9+9}=\sqrt{18}$ $\left|\overline{BC}\right|=\sqrt{4+9}=\sqrt{13} \Rightarrow$

Ídem, ya que: $\sqrt{61}\neq\sqrt{18}+\sqrt{13}$

$\left|\overline{AC}\right|=\sqrt{25+36}=\sqrt{61}$

163.- $\left|\overline{AB}\right|=\sqrt{9+16}=5$

$\left|\overline{BC}\right|=\sqrt{1+49}=5\sqrt{2} \Rightarrow$ Ídem, ya que: $5\sqrt{2}\neq 5+5$

$\left|\overline{AC}\right|=\sqrt{16+9}=5$

164.- $\left|\overline{AB}\right| = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$

$\left|\overline{BC}\right| = \sqrt{25+25} = 5\sqrt{2} \Rightarrow$ Son colineales ya que:

$5\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$

$\left|\overline{AC}\right| = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$

Nota: .- Se puede observar que los tres puntos pertenecen a la bisectriz del 1º y 3º cuadrante.

165.- $\left|\overline{AB}\right| = \sqrt{0+4} = 2$

$\left|\overline{BC}\right| = \sqrt{0+49} = 7 \Rightarrow$ Son colineales, ya que: 7=5+2

$\left|\overline{AC}\right| = \sqrt{0+25} = 5$

Nota: se puede observar, que los tres puntos pertenecen al eje de ordenadas.

166.- $\left|\overline{AB}\right| = \sqrt{1+0} = 1$

$\left|\overline{BC}\right| = \sqrt{4+0} = 2 \Rightarrow$ Son colineales, ya que: 3=2+1

$\left|AC\right| = \sqrt{9+0} = 3$

Nota.-Se puede observar, que los tres puntos pertenecen a una recta paralela al eje x.

167.- $\left|\overline{AB}\right| = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}$

$\left|\overline{BC}\right| = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2} \Rightarrow$ Son colineales, ya que: $3\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + \sqrt{2}$

$\left|\overline{AC}\right| = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

Sección XVIII.-Determinar si las ecuaciones siguientes, representan circunferencias.

168.- $2x^2 + 2y^2 + 4x + 6y = 18$

169.- $\dfrac{x^2}{2} + \dfrac{2y^2}{3} + 2x + 21 = 0$

170.- $x^2 - y^2 + 3x + 2y + 1 = 0$

171.- $x^2 + y^2 + 6x + 9 = 0$

172.- $\sqrt{x^2 + y^2} = 1$

173.- $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + y - 1 = 0$

174.- $(x+y)^2 = 1$

Soluciones:

168.- $2x^2 + 2y^2 + 4x + 6y = 18$

$x^2 + y^2 + 2x + 3y = 9$

$(x^2 + 2x) + (y^2 + 3y) = 9$

$(x+1)^2 + (y + \frac{3}{2})^2 = \frac{49}{4}$

$(x^2 + 2x + 1) + (y^2 + 3y + (\frac{3}{2})^2) = 9 + 1 + \frac{9}{4}$

Sol: Circunferencia: centro (-1,-$\frac{3}{2}$), radio $\frac{7}{2}$

169.- $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} 2x + 21 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + 6x + 63 = 0 \Rightarrow$

$(x^2 + 6x) + y^2 + 63 = 0 \Rightarrow (x^2 + 6x + 9) + y^2 = -63 + 9$

$(x+3)^2 + y^2 = -54$

Sol.-no representa circunferencia, ya que no existe $r \in R$ tal que $r^2 < 0$

170.- Esta ecuación no representa circunferencia alguna $(-y^2)$

171.- $x^2 + y^2 + 6x + 9 = 0 \Rightarrow (x^2 + 6x) + y^2 + 9 = 0 \Rightarrow$

$(x^2 + 6x + 9) + y^2 = 9 - 9 \Rightarrow (x+3)^2 + y^2 = 0$

Sol.- No representa circunferencia alguna (r=o). Se podría aceptar una circunferencia “degenerada” en el punto (-3,0)

172.- $\sqrt{x^2 + y^2} = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 = 1$ circunferencia centrada en el origen, de radio r=1

173.- $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}+y-1=0 \Rightarrow x^2+y^2+2y-2=0 \Rightarrow$

$x^2+(y^2+2y)=2 \Rightarrow x^2+(y^2+2y+1)=2+1 \Rightarrow$

$x^2+(y+1)^2=3$

Sol circunferencia: centro (0,-1), radio $\sqrt{3}$

174. $(x+y)^2=1 \Rightarrow x^2+y^2+2xy=1$. Esta ecuación no representa circunferencia alguna (2xy)

Sección XIX.- Dar la ecuación de la circunferencia que pasa por:

175 (2,-2), (3,1) y origen 176.- (3,1), (1,-3), (2,-2)

177.- $(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$, (2,1), (0,-2) 178.- (0,3), (0,0), (3,0)

Soluciones: EC general: $x^2+y^2+Cx+Dy+F=0$

175. $\left.\begin{array}{l}(2,-2):4+4+2C-2D+F=0\\(3,1):9+1+3C+D+F=0\\(0,0):F=0\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}2C-2D+F=-8\\3C+D+F=-10\\F=0\end{array}\right|$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l}2C-2D=-8\\3C+D=-10\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}C-D=-4\\3C+D=-10\end{array}\right| \Rightarrow 4C=-14 \Rightarrow C=-\frac{7}{2};$

$-\frac{7}{2}-D=-4 \Rightarrow -D=-4+\frac{7}{2} \Rightarrow D=\frac{1}{2}$

Sol.- $x^2+y^2-\frac{7}{2}x+\frac{1}{2}y=0$

176. $\left.\begin{array}{l}(3,1):9+1+3D+E+F=0\\(1,-3):1+9+D-3E+F=0\\(2,-2):4+4+2D-2E+F=0\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}3D+E+F=-10\\D-3E+F=-10\\2D-2E+F=-8\end{array}\right|$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l}2D+4E=0\\D+E=2\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}D+2E=0\\D+E=2\end{array}\right| \Rightarrow$

$\Rightarrow E=-2; D=4; 4+6+F=-10 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ F=-20

Sol- $x^2+y^2+4x-2y-20=0$

177. $\left.\begin{array}{l}(\frac{1}{2},\frac{1}{2}):\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{D}{2}+\frac{E}{2}+F=0\\(2,1):4+1+2D+E+F=0\\(0,-2):4-2E+F=0\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}2D+2E+4F=-2\\2D+E+F=-5\\-2E+F=-4\end{array}\right|$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l}E+3F=3\\-2E+F=-4\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}2E+6F=6\\-2E+F=-4\end{array}\right| \Rightarrow$ 7F=-2 $\Rightarrow$ F=-$\frac{2}{7}$;

E-$\frac{6}{7}=3 \Rightarrow E=\frac{27}{7}; 2D+\frac{54}{7}-\frac{8}{7}=-2 \Rightarrow D=-\frac{30}{7}$

Sol: $x^2+y^2-\frac{30}{7}x+\frac{27}{7}y+\frac{2}{7}=0$

178. $\left.\begin{array}{l}(0,3):9+3E+F=0\\(0,0):F=0\\(3,0):9+3D+F=0\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}3E+F=-9\\F=0\\3D+F=-9\end{array}\right| \Rightarrow$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l}3E=-9\\3F=-9\end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l}E=-3\\F=-3\end{array}$

Sol: $x^2+y^2-3x-3y=0$

Sección XX.- Calcular las x-intersecciones e y-intersecciones de las circunferencias de ecuación:

179. $x^2+y^2-\frac{7}{2}x+\frac{1}{2}y=0$

180. $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 20 = 0$

181. $x^2 + y^2 - \frac{30}{7}x + \frac{27}{7}y - \frac{2}{7} = 0$

182. $x^2 + y^2 - 3x - 3y = 0$

Soluciones:

179. y=0 $\Rightarrow x^2 - \frac{7}{2}x = 0 \Rightarrow x(x - \frac{7}{2}) = 0 \Rightarrow x = 0, x = \frac{7}{2}$

x=0 $\Rightarrow y^2 + \frac{1}{2}y = 0 \Rightarrow y(y + \frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow y = 0, y = -\frac{1}{2}$

X-intersecciones: 0 y $\frac{7}{2}$; y-intersecciones: 0 y $-\frac{1}{2}$

180. y=0 $\Rightarrow x^2 + 4x - 20 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+80}}{2}$

$\Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{96}}{2} \Rightarrow x = \frac{-4 \pm 4\sqrt{6}}{2} \Rightarrow x = -2 \pm 2\sqrt{6}$

x=0 $\Rightarrow y^2 - 2y - 20 = 0 \Rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{16+80}}{2}$

$\Rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{1+80}}{2} \Rightarrow y = \frac{1 \pm 9}{2}$

$\Rightarrow y = 5, y = -4$

X-intersecciones: -2+2$\sqrt{6}$ y -2-2$\sqrt{6}$

Y-intersecciones: 5 y -4

181. y=0 $\Rightarrow x^2 - \frac{30}{7}x - \frac{2}{7} = 0 \Rightarrow 7x^2 - 30x - 2 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{30 \pm \sqrt{900+56}}{14} \Rightarrow x = \frac{30 \pm 2\sqrt{239}}{14}$

$\Rightarrow x = \frac{15 \pm \sqrt{239}}{7}$

x=0 $\Rightarrow y^2 + \frac{27}{7}y - \frac{2}{7} = 0 \Rightarrow 7y^2 - 27y - 2 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y = \frac{-27 \pm \sqrt{729+56}}{14} \Rightarrow y = \frac{-27 \pm \sqrt{785}}{14}$

X-intersecciones: $\frac{15 + \sqrt{239}}{7}$ y $\frac{15 - \sqrt{239}}{7}$

Y-intersecciones: $\frac{-27 + \sqrt{785}}{14}$ y $\frac{-27 - \sqrt{785}}{14}$

182. y=0 $\Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow x(x-3) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 3$

x=0 $\Rightarrow y^2-3y=0 \Rightarrow y(y-3)=0 \Rightarrow y=0, y=3$

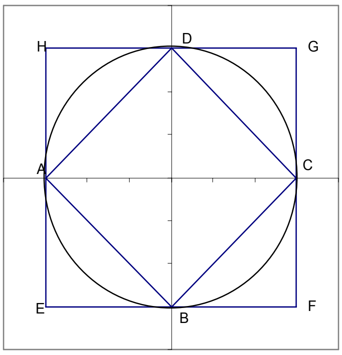
X-intersecciones: 0 y 3

Y-intersecciones: 0 y 3

Sección XXI.- Dada la circunferencia: $x^2+y^2=9,$ calcular:

183. El perímetro del cuadrado inscrito en la circunferencia
184. El área del cuadrado inscrito en la misma
185. La longitud de una diagonal de dicho cuadrado
186. El perímetro del cuadrado circunscrito a la circunferencia.
187. El área de dicho cuadrado.
188. La longitud de una diagonal de dicho cuadrado.
189. La longitud de un diámetro de dicha circunferencia.

Soluciones: Las respuestas de esta sección, están referidas a la figura adjunta.



183. Perímetro p: p=4a,

donde: $a^2=a+9$ esto es:

a= $3\sqrt{2}$

Sol.- p= $12\sqrt{2}$

184. Área A: A= $a^2 \Rightarrow A=(3\sqrt{2})^2=18$

Sol.- A=18

185. “Una diagonal, tiene longitud igual al diámetro de la circunferencia.

Sol.-Longitud diagonal: 6

186. Perímetro p: p=46, donde b=6

Sol.-p=24

187. Área a: A=b^2 $\Rightarrow A = 6^2 = 36$

Sol.-A=36

188. Sea diagonal: $\overline{HF}; \left|\overline{HF}\right| = 36 + 36 \Rightarrow$

$\left|\overline{HF}\right| = 6\sqrt{2}$

Sol.-Longitud diagonal: $6\sqrt{2}$

189. Por (185): Sol.-6 o bien dos radios r=3 $\Rightarrow$2r=6

Sección XXII.- Dar los centros y radios correspondientes a cada circunferencia, cuya ecuación se indica:

190. $x^2 + y^2 - 9x = 0$

191. $x^2 + y^2 + 5x - 3y = 0$

192. $2x^2 + 2y^2 - x + 1 = 0$

193. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} - x + 7y = 10$

Soluciones:

190. $x^2 + y^2 - 9x = 0 \Rightarrow (x^2 - 9x) + y^2 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (x^2 - 9x + (\frac{9}{2})^2) + y^2 = \frac{81}{4} \Rightarrow (x - \frac{9}{2})^2 + y^2 = \frac{81}{4}$

Sol.- Centro $(\frac{9}{2}, 0)$; radio: $\frac{9}{2}$

191. $x^2 + y^2 + 5x - 3y = 0 \Rightarrow (x^2 + 5x) + (y^2 - 3y) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (x^2 + 5x + (\frac{5}{2})^2) + (y^2 - 3y + (\frac{3}{2})^2) = \frac{25}{4} + \frac{9}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow (x + \frac{5}{2})^2 + (y - \frac{3}{2})^2 = \frac{34}{4}$

Sol.- Centro $(-\frac{5}{2}, \frac{3}{2})$; radio : $\frac{\sqrt{34}}{2}$

192. $2x^2 + 2y^2 - x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$=0$\Rightarrow$

$(x^2 - \frac{x}{2}) + y^2 = -\frac{1}{2} \Rightarrow (x^2 - \frac{x}{2} + (\frac{1}{4})^2) + y^2 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{16} \Rightarrow$

$\Rightarrow (x - \frac{1}{4})^2 + y^2 = -\frac{7}{16}$

Sol.- No existe tal circunferencia. Para todo r$\in$R, se tiene $r^2 \geq 0$.

193. $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}-x+7y=10 \Rightarrow x^2+y^2-2x+14y=20 \Rightarrow$

$(x^2-2x)+(y^2+14y)=20 \Rightarrow (x^2-2x+1)+(y^2+14y+49)=20+1+49 \Rightarrow$

$(x-1)^2+(y+7)^2=70$

Sol.- Centro: (1,-7), radio: $\sqrt{70}$

Sección XXIII.- Dar la ecuación de la recta que pasa por:

194.- A (5,-3) y B (2,-1)

195.- A ($-\frac{1}{2},1$) y B ($\frac{3}{4},\pi$)

196.- A ($\pi,0$) y el origen

197.- el origen y B ($0,\pi$)

198.- La intersección de las rectas: x=z, y=3; y es paralela al eje x

199.- La intersección de las rectas: x=y, y=2; y es paralela al eje y.

200.- El centro de la circunferencia: $x^2+y^2=1$, y es perpendicular al eje x

201.- El centro de la circunferencia: $x^2+(y-3)^2=2$; y es paralela a la recta: $y=3$

202.- El centro de la circunferencia: $(x-5)^2+y^2=7$; y es paralela a la recta: y=3x-2.

Soluciones:

194.- y+3=$\frac{-1+3}{2-5}(x-5) \Rightarrow y+3=-\frac{2}{3}(x-5) \Rightarrow$

3y+9=-2x+10$\Rightarrow$2x+3y=1

195.- y-1= $\frac{-1}{\frac{3}{4}+\frac{1}{2}}(x+\frac{1}{2}) \Rightarrow y-1=\frac{\pi-1}{\frac{3+2}{4}}(x+\frac{1}{2}) \Rightarrow$

Y-1=$\frac{4\pi-4}{5}(x+\frac{1}{2}) \Rightarrow y=\frac{(4x-4)(x+\frac{1}{2})+5}{5}$

196.- Recta coincidente con el eje x. (y=0)

197.- Recta coincidente con eje y. (x=0)

198.- Punto de intersección es (2,3). Recta pedida, de ecuación: y=3

199.- Punto de intersección es (2,2). Recta pedida de ecuación: x=2

200.- Centro de circunferencia coincidente con el origen. Recta pedida es el eje y (x=0)

201.- Centro de circunferencia: (0,3). Recta pedida con recta dada (y=3)

202.- Centro de circunferencia: (5,0). Recta pedida tiene pendiente: 3. Ecuación pedida: y=3(x-5)

Sección XXIV.- Encontrar el o los puntos de intersección de:

203. $x^2 = 12y; x = y$

204. $12y = 3x^2; y = 3$

205. $x^2 + y^2 = 25; 2x = y$

206. $x-3 = 2y; x^2 - y^2 = 1$

207. $\frac{x+y}{2} = 1; 3x = \frac{5y}{2} - 1$

208. $\frac{x+1}{2} = y; \frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$

Soluciones:

203. $\left.\begin{array}{l} x^2 = 12y \\ x = y \end{array}\right| \Rightarrow x^2 = 12x \Rightarrow x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x(x-12) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 12$

Si: $x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = 0 \Rightarrow p_1 = (0,0)$

Si: $x_2 = 12 \Rightarrow y_2 = 12 \Rightarrow p_2 = (12,12)$

Sol.- $p_1 = (0,0) \quad Y \quad p_2 = (12,12)$

204. $\left.\begin{array}{l} 12y = 3x^2 \\ y = 3 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 4y = x^2 \\ y = 3 \end{array}\right| \Rightarrow 12 = x^2 \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{3}$

Sol.- $p_1 = (2\sqrt{3},3) \quad Y \quad p_2 = (-2\sqrt{3},3)$

205. $\left.\begin{array}{l} x^2 + y^2 = 25 \\ 2x = y \end{array}\right| \Rightarrow x^2 + (2x)^2 = 25 \Rightarrow x^2 + 4x^2 = 25 \Rightarrow$

$\Rightarrow 5x^2 = 25 \Rightarrow x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$

Sol.- $p_1 = (\sqrt{5}, 2\sqrt{5}) \quad Y \quad p_2 = (-\sqrt{5}, -2\sqrt{5})$

206. $\left.\begin{array}{l} x-3 = 2y \\ x^2 - y^2 = 1 \end{array}\right| \Rightarrow x = 2y+3 \Rightarrow (2y+3)^2 - y^2 = 1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow 4y^2+12y+9-y^2=1 \Rightarrow 3y^2+12y+8=0 \Rightarrow$$

$$y=\frac{-12\pm\sqrt{144-96}}{6} \Rightarrow y=\frac{-12\pm\sqrt{48}}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y=\frac{-12\pm 4\sqrt{3}}{6}$$

$$y_1=\frac{-6+2\sqrt{3}}{3},\ y_2=\frac{-6-2\sqrt{3}}{3};$$

$$x_1=\frac{2(-6+2\sqrt{3})}{3}+3=\frac{-12+4\sqrt{3}+9}{3}=\frac{-3+4\sqrt{3}}{3}$$

$$x_2=\frac{2(-6-2\sqrt{3})}{3}+3=\frac{-12-4\sqrt{3}+9}{3}=\frac{-3-4\sqrt{3}}{3}$$

Sol.- $p_1=(\frac{-3+4\sqrt{3}}{3},\frac{-6+2\sqrt{3}}{3}),\ p_2=(\frac{-3-4\sqrt{3}}{3},\frac{-6-2\sqrt{3}}{3})$

207. $\left.\begin{array}{l}\frac{x+y}{2}=1\\ 3x=\frac{5y}{2}-1\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}x+y=2\\ 6x=5y-2\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}x+y=2\\ 6x-5y=-2\end{array}\right| \Rightarrow$

$$\left.\begin{array}{l}5x+5y=10\\ 6x-5y=-2\end{array}\right| \Rightarrow 11x=8 \Rightarrow x=\frac{8}{11};\ y=2-\frac{8}{11}=\frac{14}{11}$$

Sol.- $p=(\frac{8}{11},\frac{14}{11})$

208.- $\left.\begin{array}{l}\frac{x+1}{2}=y\\ \frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1\end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l}x+1=2y\\ 2x^3+3y^2=6\end{array}\right| \Rightarrow x=2y-1$

$$\Rightarrow 2(2y-1)^2+3y^2=6 \Rightarrow 2(4y^2-4y+1)+3y^2=6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8y^2-8y+2+3y^2=6 \Rightarrow 11y^2-8y-4=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y=\frac{8\pm\sqrt{64+176}}{22} \Rightarrow y=\frac{8\pm\sqrt{240}}{22} \Rightarrow y=\frac{8\pm 4\sqrt{15}}{22}$$

$$y_1=\frac{4+2\sqrt{15}}{11},\ y_2=\frac{4-2\sqrt{15}}{11};$$

$$x_1=\frac{2(4+2\sqrt{15})}{11}-1=\frac{8+4\sqrt{15}-11}{11}=\frac{4\sqrt{15}-3}{11}$$

$$x_2=\frac{2(4-2\sqrt{15})}{11}-1=\frac{8-4\sqrt{15}-11}{11}=\frac{-4\sqrt{15}-3}{11}$$

Sol.- $p_1=(\frac{4\sqrt{15}-3}{11},\frac{4+2\sqrt{15}}{11}),\ p_2=(\frac{-4\sqrt{15}-3}{11},\frac{4-2\sqrt{15}}{11})$

Sección XXV.- Dar la ecuación de la circunferencia que:

209.- Es tangente al eje x, y tiene como centro el punto (2,-3)

210.- Es tangente al eje y, y tiene como centro el punto (-5,2)

211.- Es tangente al eje x, y tiene como centro el punto (-3,2)

212.- Es tangente al eje y, y tiene como centro el punto (2,-5)

213.- Pasa por el origen, y tiene como centro el punto (2,2)

214.- Pasa por el origen, y tiene como centro el punto (-1,3)

215.- Pasa por (2,1), y tiene como centro el punto (3,-2)

216.- Es tangente a la recta L: x=y, y su centro es el punto (-1,2)

217.- Es tangente a la recta L: x=2y-1, y su centro es el punto (3,0)

218.- Es tangente a la recta L: y=$\frac{x}{3}$-1; y su centro es el punto (0,2)

Soluciones:

209.- Si es tangente al eje x, su radio es 3

Sol.- $(x-2)^2+(y+3)^2=9$

210.- Si es tangente al eje y, su radio es 5

Sol.- $(x+5)^2+(y-2)^2=25$

211.- Si es tangente al eje x, su radio es 2

Sol.- $(x+3)^2+(y-2)^2=4$

212.- Si es tangente al eje y, su radio es 2

Sol.- $(x-2)^2+(y+5)^2=4$

213.- Radio es la distancia entre los puntos dados:

r=$\sqrt{4+4}=\sqrt{8}$

Sol.- $(x-2)^2+(y-2)^2=8$

214.- r=$\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$

Sol.- $(x+1)^2+(y-3)^2=10$

215.- r=$\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$

Sol.- $(x-3)^2+(y+2)^2=10$

216.- m de L: 1$\Rightarrow m_{\perp}=-1\Rightarrow$Ecuación de normal a L y pasa por (-1,2): y-2=-(x+1)$\Rightarrow$y-2=x-1$\Rightarrow$x+y=1. Punto intersección de L con normal: $\left.\begin{matrix} x-y=0 \\ x+y=1 \end{matrix}\right| \Rightarrow x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{2}\Rightarrow$

p=$(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$, punto intersección radio r: $r=\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}\sqrt{2}$

Sol.- $(x+1)^2+(y-2)^2=\frac{9}{2}$

217.- m de L: 2 $\Rightarrow m_{\perp}=-\frac{1}{2}\Rightarrow$Ecuación de normal a L$_1$ que pasa por (3,0) es: $y=-\frac{1}{2}(x-3)$ $\Rightarrow 2y=-x+3\Rightarrow x+2y=3.$punto de intersección de L con normal: $\left.\begin{matrix} x-2y=1 \\ x+2y=3 \end{matrix}\right| \Rightarrow\Rightarrow \begin{matrix} 2x=2\Rightarrow x=1 \\ 2y=2\Rightarrow y=1 \end{matrix}$ p (1,1), pto de intersección. radio r: r=$\sqrt{4+1}=5$

Sol.- $(x-3)^2+y^2=5$

218.- m de la L: $\frac{1}{3}\Rightarrow m_{\perp}=-3\Rightarrow$Ecuación de normal a L, que pasa por (0,2): y-2=-3x$\Rightarrow$3x+y=2. Pto intersección de la Lcon normal:

$$\left.\begin{matrix} y=\frac{x}{3}-1 \\ 3x+y=2 \end{matrix}\right| \Rightarrow \left.\begin{matrix} 3y=x-3 \\ 3x+y=2 \end{matrix}\right| \Rightarrow \left.\begin{matrix} -x+3y=-3 \\ 3x+y=2 \end{matrix}\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{matrix} -3x+9y=-9 \\ 3x+y=-2 \end{matrix}\right| \Rightarrow 10y=-7 \ y=\frac{-7}{10}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow -x-\frac{21}{10}=-3\Rightarrow -x=-3+2\frac{1}{10}\Rightarrow x=\frac{9}{10}\therefore p(\frac{9}{10},\frac{-7}{10})$$

Pto de intersección; radio r=$\sqrt{\frac{81}{100}+\frac{729}{100}}=\sqrt{\frac{810}{100}}$

Sol.- $x^2+(y-2)^2=81$

Sección XXVI.- Encontrar el lugar geométrico de los puntos:

219.- Cuya suma de los cuadrados de sus distancias a los puntos fijos: A (-2,0) B (3,2), sea igual a 10.

220.- Que sean equidistantes de A (-2,0) y B (3,2)

221.- Cuya distancia a A (-2,0), sea el doble de la de a B (3,2)

222.- Cuya diferencia de los cuadrados de sus distancias a A (-2,0) y B (3,-2) sea 10

Soluciones: sea G el lugar geométrico:

219.- p(x, y) $\in G \Leftrightarrow \left|\overline{PA}\right|^2 + \left|\overline{PB}\right|^2 = 10$

$$\Leftrightarrow (\sqrt{(x+2)^2+y^2})^2 + (\sqrt{(x-3)^2+(y-2)^2})^2 = 10$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 + y^2 + (x-3)^2 + (y-2)^2 = 10$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+4+y^2+x^2-6x+9+y^2-4y+4=10 \Leftrightarrow 2x^2+2y^2-2x-4y+7=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2-x-2y+\frac{7}{2}=0$$

$$\Leftrightarrow (x^2-x)+(y^2-2y)=-\frac{7}{2}$$

$$\Leftrightarrow (x^2-x+(\frac{1}{2})^2)+(y^2-2y+1)=-\frac{7}{2}+\frac{1}{4}+1$$

$$\Leftrightarrow (x-\frac{1}{2})^2+(y-1)^2=-\frac{9}{4}$$

Sol.- no existe tal lugar geométrico:

220.- P(x, y) $\in$ G $\Leftrightarrow \left|\overline{PA}\right| = \left|\overline{PB}\right|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2+y^2} = \sqrt{(x-3)^2+(y-2)^2}$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2+y^2 = (x-3)^2+(y-2)^2$$

$$\Leftrightarrow \cancel{x^2}+4x+\cancel{4}+\cancel{y^2} = \cancel{x^2}-6x+9+\cancel{y^2}-4y+\cancel{4}$$

$$\Leftrightarrow 10x+4y=9$$

Sol.-Una recta de ecuación: y=: $\frac{-5}{2}x+\frac{9}{4}$

221.- P (x, y) $\in$ G $\Leftrightarrow \left|\overline{PA}\right| = 2\left|\overline{PB}\right|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2+y^2} = 2\sqrt{(x-3)^2+(y-2)^2}$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2+y^2 = 4\left[(x-3)^2+(y-2)^2\right]$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+4+y^2 = 4(x^2-6x+9+y^2-4y+4)$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x+4+y^2 = 4x^2-24x+36+4y^2-16y+16$$

$$\Leftrightarrow 3x^2+3y^2-28x-16y+48=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+y^2-\frac{28}{3}x-\frac{16}{3}y+16=0$$

$$\Leftrightarrow (x^2-\frac{28}{3}x)+(y^2-\frac{16}{3}y)+16=0$$

$$\Leftrightarrow\left[x^2-\frac{28}{3}x+(\frac{14}{3})^2\right]+\left[y^2-\frac{16}{3}y+(\frac{8}{3})^2\right]=$$

$$=-16+\frac{196}{4}+\frac{64}{4}$$

$$\Leftrightarrow (x-\frac{14}{3})^2+(y-\frac{8}{3})^2=\frac{116}{9}$$

Sol.-Circunferencia, centro: $(\frac{14}{3},\frac{8}{3})$ y radio $\frac{2}{3}\sqrt{29}$

222.- P (x, y) $\in$ G $\Leftrightarrow \left|\overline{PA}\right|^2-2\left|\overline{PB}\right|^2=10$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2+y^2-\left[(x-3)^2+(y-2)^2\right]=10$$

$$\Leftrightarrow 10x+4y=19$$

Sol.-Recta de ecuación: $y=-\frac{5}{2}x+\frac{19}{4}$

Sección XXVII.- Dar la ecuación de la circunferencia concéntrica, a otra de ecuación:

223.- $(x-3)^2+(y+1)^2=\pi$, y de radio 5

224.- $(x+5)^2+(y+3)^2=2$, y el radio el doble de la dada

225.- $(x+1)^2+y^2=10$, y tangente al eje y

226.- $(x-2)^2+(y+1)^2=9$, y tangente al eje x

227.- $(x-7)^2+(y-3)^2=\frac{7}{2}$, y pasa por el origen

$(x+5)^2+y^2=2$, y tangente a la recta x+y=1

Soluciones: Las circunferencias concéntricas, son de igual centro

223.- Sol.- $(x-3)^2+(y+1)^2=25$

224.- Sol.- $(x+5)^2+(y+3)^2=8$

225.- radio de circunferencia pedida:1

Sol.- $(x+1)^2+y^2=1$

226.- radio de circunferencia pedida: 1

Sol.- $(x-2)^2+(y-3)^2=58$

227.- radio de circunferencia pedida: r=$\sqrt{49+9}=\sqrt{58}$

Sol.- $(x-7)^2+(y-3)^2=58$

228.- m de recta: -1$\Rightarrow m_{\perp}=1$. Ecuación de normal y que pasa por (-5,0): y=x+5; pto intersección de recta dada y normal:

$\left.\begin{array}{l} x+y=1 \\ -x+y=5 \end{array}\right| \Rightarrow$y=3, x=-2$\therefore$ pto (-2,3)

radio circunferencia pedida: $r=\sqrt{9+9}=3\sqrt{2}$

Sol.- $(x+5)^2+y^2=18$

Sección XXVIII.- Encontrar la ecuación de la parábola k, que es centrada en origen y:

229.- Pasa por: p (-3,1) y se abre hacia la derecha

230.- Pasa por: p (2,5) y se abre hacia abajo

231.- Pasa por: p (5,-3) y se abre hacia abajo

232.- Pasa por: p (1,6) y se abre hacia arriba

233.- Pasa por: p (1,6) y se abre hacia la derecha

234.- Pasa por: p (1,6) y se abre hacia la izquierda

235.- Pasa por: p (-3,2) y se abre hacia arriba

236.- Pasa por: p (-2,-1) y se abre hacia la izquierda

237.- Pasa por: p (2,-1) y su foco está en el eje y

238.- Pasa por: p (3,-2) y su foco está en el eje x

239.- Su lado recto mide 8 y, su foco está en la parte negativa del eje x

240.- Su lado recto mide 10 y, su foco está en la parte positiva del eje y

241.- Tiene por directriz: x=6

242.- Tiene por directriz: y=-3

Soluciones:

229.- Sin solución. Si se abre a la derecha, recorre puntos del 1^{er} y 4^{to} cuadrante, pero el punto p es del segundo.

230.- Sin solución. Si se abre hacia abajo, recorre puntos del 3^{er} y 4^{to} cuadrante, pero el punto p es del 1°

231.- Ec. de la forma: $x^2 = 4py$; (5,-3) $\in$k$\Rightarrow$25=4p (-3) $\Rightarrow$

$\Rightarrow -\frac{25}{3} = 4p$

Sol.- $x^2 = -\frac{25}{3}y$

232.- Ec. de la forma: $x^2 = 4py$; (1,6) $\in$k$\Rightarrow$1=4p.6 $\Rightarrow$

$\Rightarrow 4p = \frac{1}{6}$

Sol.- $x^2 = \frac{y}{6}$

233.- Ec. de la forma: $y^2 = 4px$; (1,6) $\in$k$\Rightarrow$36=4p.1$\Rightarrow$

$\Rightarrow 4p = 36$

Sol.- $y^2 = 36x$

234.- Sin solución. Si se abre hacia la izquierda, recorre puntos del IIº y III^{er} cuadrante, pero el punto p es del primero

235.- Ec. de la forma: $x^2 = 4py$; (-3,2) $\in$k$\Rightarrow$9=4p.2$\Rightarrow$

$\Rightarrow 4p = \frac{9}{2}$

Sol.- $x^2 = \frac{9}{2}y$

236. Sin solución. Si se abre hacia la izquierda, recorre puntos del IIº y III^{er} cuadrante, pero el punto p es del cuarto

237. Ec. de la forma: $x^2 = 4py$; (2,-1) $\in$ k$\Rightarrow$4=4p. (-1)$\Rightarrow$

$\Rightarrow 4p = -4$

Sol.- $x^2 = -4y$

238. Ec. de la forma: $y^2 = 4px$; (-3,2) $\in$ k$\Rightarrow$4=4p.3$\Rightarrow$

$\Rightarrow 4p = \frac{4}{3}$

Sol.- $y^2 = \frac{4}{3}x$

239. $|4p| = 8$ Ec. de la forma: $y^2 = 4px$ con p<0

Sol.- $y^2 = -8x$

240. $|4p| = 10$ Ec. de la forma: $x^2 = 4py$, con p>0

Sol.- $x^2 = 10y$

241. Ec. de la forma: $y^2 = 4px$, con p=-6

Sol.- $y^2 = -24x$

242. Ec. de la forma: $x^2 = 4py$, con p=3

Sol.- $x^2 = 12y$

Sección XXIX.- Sea K una parábola centrada en el origen de foco (0,-8). Dar :

243. La ecuación de k
244. La ecuación de su directriz
245. La longitud de su lado recto
246. La ecuación de la recta que sustenta el lado recto
247. La ecuación de la circunferencia cuyo diámetro es el lado recto

Soluciones:

243. Ec. de la forma: $x^2 = 4py$ con p=-8

Sol.- $x^2 = -32y$

244. Ec. de la directriz: $y = -p$

Sol- y=8

245. $|4p| = |4(-8)| = |-32| = 32$

Sol.- 32

246. Recta perpendicular al eje y en y=-8

Sol.- y=-8

247. Centro de circunferencia: (0,-8) y radio $|2p| = 16$

Sol.- $x^2 + (y+8)^2 = 256$

Sección XXX.- Sea la elipse de ecuación: $\frac{x^2}{144} + y^2 = 1$ calcular:

248. La longitud del eje mayor
249. La longitud del eje menor
250. La distancia entre sus focos
251. La excentricidad de ella
252. La longitud de uno de los lados rectos
253. Las x-intersecciones
254. Las y-intersecciones

Soluciones:

248. Sol.-24

249. Sol.-2

250. a=12, b=1. Como: $c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c^2 = 143 \Rightarrow c = \pm\sqrt{143}$

Sol.- $2\sqrt{143}$

251.- a=12, c= $\sqrt{143} \Rightarrow e = \frac{\sqrt{143}}{12}$

Sol.- $\frac{\sqrt{143}}{12}$

252.- Longitud lado recto: $\left|\frac{2b^2}{a}\right| \Rightarrow \frac{2.1}{12} = \frac{1}{6}$

Sol.- $\frac{1}{6}$

253.- y=0 $\Rightarrow x^2 = 144 \Rightarrow x = \pm 12$

Sol.- x=12, x=-12

254.- x=0 $\Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$

Sol.- y=1, y=-1

Sección XXXI.- Calcular el o los puntos de intersección de las siguientes "curvas"

255.- $x^2 = 4y; y = 2$

256.- $x^2 = 4y; x^2 = -4y$

257.- $x^2 = 6y; y = x$

258.- $x^2 = 2y; x^2 + y^2 = 8$

259.- $x^2 = -3y; x^2 + (y-3)^2 = 19$

260.- $x^2 = -6y;$ con eje x

261.- x^2 =-4y con eje y

262.- x^2 =y; x=1

Soluciones:

255.- $\left.\begin{array}{l} x^2 = 4y \\ y = 2 \end{array}\right| \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$

Sol.- $(2\sqrt{2}, 2), (-2\sqrt{2}, 2)$

256.- $\left.\begin{array}{l} x^2 = 4y \\ x^2 = -4y \end{array}\right| \Rightarrow 4y = -4y \Rightarrow 8y = 0 \Rightarrow y = 0$

Sol.- (0,0)

257.- $\left.\begin{array}{l} x^2 = 6y \\ y = x \end{array}\right| \Rightarrow x^2 = 6x \Rightarrow x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(x-6) = 0 \Rightarrow$

$x_1 = 0, x_2 = 6 \Rightarrow y_1 = 0, y_2 = 6$

Sol.- (0,0), (6,6)

258.- $\left.\begin{array}{l} x^2 = 2y \\ x^2 + y^2 = 8 \end{array}\right| \Rightarrow 2y + y^2 = 8 \Rightarrow y^2 + 2y - 8 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (y+4)(y-2)=0 \Rightarrow y_1=-4, y_2=2$

y_1 No aporta solución alguna, ya que no se admite: $x^2=-8$

$y_2=2 \Rightarrow x^2=4 \Rightarrow x=\pm 2$

Sol.- (2,2), (-2,2)

259.- $\left.\begin{array}{l} x^2=-3y \\ x^2+(y-3)^2=19 \end{array}\right| \Rightarrow -3y+(y-3)^2=19 \Rightarrow -3y+y^2-6y+9=19$

$\Rightarrow y^2-9y-10=0 \Rightarrow (y-10)(y+1)=0$

$y_1=10, y_2=-1$

y_1 No aporta solución alguna, ya que no se admite: $x^2=-30, y_2=-1 \Rightarrow x^2=3 \Rightarrow x=\pm\sqrt{3}$

Sol.- $(\sqrt{3},-1),(-\sqrt{3},-1)$

260.- $\left.\begin{array}{l} x^2=-6y \\ y=0 \end{array}\right| \Rightarrow x=0$

Sol.- (0,0)

261.- $\left.\begin{array}{l} x^2=-4y \\ x=0 \end{array}\right| \Rightarrow y=0$

Sol.- (0,0)

262.- $\left.\begin{array}{l} x^2=y \\ x=1 \end{array}\right| \Rightarrow 1=y$

Sol.- (1,1)

Seccion XXXII.- Sea la elipse de ecuación $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, obtener:

263.- La ecuación de la circunferencia centrada en el origen, inscrita en la elipse.

264.- La longitud de la circunferencia anterior

265.- El área del círculo encerrado por la circunferencia anterior

266.- Los focos de la elipse

267.- La longitud de uno de sus lados rectos

268.- La longitud de la circunferencia, circunscrita a la elipse, con centro en el origen

269.- El área del círculo encerrado por la circunferencia anterior

270.- La ecuación de la circunferencia anterior

Soluciones:

263.- se supone que a>b. El semi-eje menor es radio de la circunferencia pedida.

Sol.- $x^2 + y^2 = b^2$

264.- Longitud de circunferencia de radio 6

Sol.- $2\pi b$

265.- Área del circulo de radio b

Sol.- πb^2

266.- Los focos son: (-c, 0), (c, 0) aceptando la relación:

$a^2 - b^2 = c^2$ se tiene que: c= $\pm\sqrt{a^2 - b^2}$

Sol.- $(-\sqrt{a^2 - b^2}, 0), (\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$

267.- Sol.- $\left|\frac{2b^2}{a}\right|$

268.- Longitud de circunferencia circunscrita tiene radio a

Sol.- $2\pi a$

269.- Área del circulo de radio a

Sol.- πa^2

270.- Sol.- $x^2 + y^2 = a^2$

Sección XXXIII.- Sean los puntos (-5,-2), (5,-2), (5,2), (-5,2); determinar:

271.- que tipo de cuadrilátero queda descrito

272.- El área encerrada por dicho polígono

273.- El perímetro del polígono

274.- La ecuación de la elipse centrada en el origen e inscrita en tal polígono

Soluciones:

271.- El cuadrilátero es un rectángulo ya que sus lados opuestos son: iguales (en longitud); paralelos y dos lados contiguos forman ángulo recto

272.- Área = base.altura; base: 10; altura: 4

Sol.- 40

273.- Perímetro=2(base + altura)

Sol.- 28

274.- Semi eje mayor: a=5; semi eje menor: b=2

Sol.- $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$

Sección XXXIV.- Sean una elipse centrada en el origen, de foco (2,0) y lado recto de longitud: 6 obtener:

275.- Su ecuación

276.- Sus vértices

277.- Su excentricidad

278.- La longitud de eje mayor

279.- La longitud de eje menor

280.- Su intersección con la recta: y=2

281.- Su intersección con la recta: y=x

Soluciones:

275.- Foco (2,0) $\Rightarrow c=2$; longitud lado recta: 6 $\Rightarrow \frac{2b^2}{a}=6 \Rightarrow b^2=3a$

como: $a^2-b^2=c^2 \Rightarrow b^2=a^2-c^2$

o sea: $a^2-c^2=3a \Rightarrow a^2-4=3a \Rightarrow a^2-3a-4=0$

$\Rightarrow (a-4)(a+1)=0 \Rightarrow a=4, a=-1$

$a=4 \Rightarrow b^2=12 \quad (a^2=16)$

$a=-1 \Rightarrow b=-3*$

Sol.- $\Rightarrow \frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$

276.- x=0 $\Rightarrow y^2=12 \Rightarrow y=\pm 2\sqrt{3}$

y=0 $\Rightarrow x^2=16 \Rightarrow x=\pm 4$

Sol.- $(4,0),(-4,0),(0,2\sqrt{3}),(0,-2\sqrt{3})$

277.- c=2, a=4; $e=\left|\frac{c}{a}\right| \Rightarrow e=\frac{1}{2}$

278.- a=4 $\Rightarrow$ 2a=8

279.- b= $2\sqrt{3} \Rightarrow 2b=4\sqrt{3}$

280.- $\left.\begin{array}{l}\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1 \\ y=2\end{array}\right| \Rightarrow \frac{x^2}{16}+\frac{4}{12}=1 \Rightarrow \frac{x^2}{16}=\frac{2}{3} \Rightarrow x^2=\frac{32}{3}$

$\Rightarrow x=\pm 4\sqrt{\frac{2}{3}}$

Sol.- $(4\sqrt{\frac{2}{3}},2),(-4\sqrt{\frac{2}{3}},2)$

281.- $\left.\begin{array}{l}\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1 \\ y=x\end{array}\right| \Rightarrow \frac{x^2}{16}+\frac{x^2}{12}=1 \Rightarrow 28x^2=192 \Rightarrow x^2=\frac{48}{7}$

$\Rightarrow x=\pm 4\sqrt{\frac{3}{7}}$

Sol.- $(4\sqrt{\frac{3}{7}},4\sqrt{\frac{3}{7}}),(-4\sqrt{\frac{3}{7}},-4\sqrt{\frac{3}{7}})$

Sección XXXV.- Sea la elipse centrada en el origen que pasa por los puntos (-1,2) y (3,1).Dar:

282.- Su ecuación

283.- Sus focos

284.- Sus vértices

285.- Su excentricidad

286.- Su intersección con la recta: y=2x

287.- Longitud de los ejes

Soluciones: Sea k la elipse.

282.- $\left.\begin{array}{l}(-1,2)\in k\Rightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{4}{b^2}=1\Rightarrow b^2+4a^2=a^2b^2\\ (3,1)\in k\Rightarrow \frac{9}{a^2}+\frac{1}{b^2}=1 \quad\; 9b^2+a^2=a^2b^2\end{array}\right|\Rightarrow$

$\Rightarrow b^2+4a^2=9b^2+a^2\Rightarrow 8b^2=3a^2\Rightarrow b^2=\frac{3a^2}{8}$

Ecuación de k: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{\frac{3a^2}{8}}=1$ Tomando (-1,2)$\in$k $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{4}{\frac{3a^2}{8}}=1\Rightarrow \frac{1}{a^2}+\frac{32}{3a^2}=1\Rightarrow 3+32=3a^2\Rightarrow a^2=\frac{35}{3}$

Ecuación pedida: $\frac{x^2}{\frac{35}{3}}+\frac{y^2}{\frac{\cancel{3}}{8}.\frac{35}{\cancel{3}}}=1\Rightarrow 3x^2+8y^2=35$

Sol.- $3x^2+8y^2=35$

283.- $c^2=a^2-b^2; a^2=\frac{35}{3}; b^2=\frac{35}{8}\Rightarrow c^2=\frac{35}{3}-\frac{35}{8}=\frac{280-105}{24}$

$\Rightarrow c^2=\frac{175}{24}\Rightarrow c=\pm\sqrt{\frac{175}{24}}\Rightarrow c=\pm\frac{5}{2}\sqrt{\frac{7}{6}}$

Sol.- $(\frac{5}{2}\sqrt{\frac{7}{6}}.0),(-\frac{5}{2}\sqrt{\frac{7}{6}},0)$

284.- x=0 $\Rightarrow 8y^2=35\Rightarrow y=\pm\sqrt{\frac{35}{8}}$

y=0 $\Rightarrow 3x^2=35\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{35}{3}}$

Sol.- $(\sqrt{\frac{35}{3}},0),(-\sqrt{\frac{35}{3}},0),(0,\sqrt{\frac{35}{8}}),(0,-\sqrt{\frac{35}{8}})$

285.- Sol.-e= $\sqrt{\frac{5}{8}}$

286.- $\left.\begin{array}{l}3x^2+8y^2=35\\ y=2x\end{array}\right|\Rightarrow 8x^2+8.4x^2=35\Rightarrow 40x^2=35\Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{35}{40} \Rightarrow x^2 = \frac{7}{8} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{7}{8}}$$

Sol.- $(\sqrt{\frac{7}{8}}, \sqrt{\frac{7}{2}}), (-\sqrt{\frac{7}{8}}, -\sqrt{\frac{7}{2}})$

287.- Longitud eje mayor: 2a; a= $\sqrt{\frac{35}{3}}$

Longitud eje menor: 2b; b= $\sqrt{\frac{35}{8}}$

Sol.- 2a=2 $\sqrt{\frac{35}{3}}$; 2b=2 $\sqrt{\frac{35}{8}}$

Sección XXXVI.- Dada la hipérbola de ecuación: $\frac{x^2}{25} - y^2 = 1$ Calcular:

288.- Sus focos

289.- Sus vértices

290.- La longitud de su lado recto

291.- Los extremos de sus lados rectos

292.- Su excentricidad

Soluciones:

288.- $c^2 = a^2 + b^2, a^2 = 25, b^2 = 1 \Rightarrow c^2 = 26 \Rightarrow c = \pm\sqrt{26}$

Sol.- $(\sqrt{26}, 0), (-\sqrt{26}, 0)$

289.- y=0 $\Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$

Sol.- (5,0), (-5,0)

290.- Longitud lado recto: $\left|\frac{2b^2}{a}\right| = \left|\frac{2.1}{5}\right| = \frac{2}{5}$

291.- $\frac{b^2}{a} = \frac{1}{5}$

Sol.- $(\sqrt{26}, \frac{1}{5}), (\sqrt{26}, -\frac{1}{5}), (-\sqrt{26}, \frac{1}{5}), (-\sqrt{26}, -\frac{1}{5})$

292.- $c = \sqrt{26}, a = 5 \Rightarrow e = \frac{\sqrt{26}}{5}$

Sección XXXVII.- Una hipérbola centrada en el origen, tiene uno de sus focos en (0,4) y la longitud del eje conjugado es 6. Dar:

293.- Su ecuación

294.- Sus vértices

295.- Los extremos del eje conjugado

296.- Su excentricidad

297.- La longitud del eje transverso

Soluciones:

293.- Por el foco, la ecuación es de la forma:

$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1; a^2=c^2-b^2, c=4, b=3 \Rightarrow a^2=7$

Sol.- $\frac{y^2}{7}-\frac{x^2}{9}=1$

294.- x=0 $\Rightarrow y^2=7 \Rightarrow y=\pm\sqrt{7}$

Sol.- $(0,\sqrt{7}),(0,-\sqrt{7})$

295.- Longitud eje conjugado: 6

Sol.- (3,0),(-3,0)

296.- c=4, $a=\sqrt{7} \Rightarrow e=\frac{4}{\sqrt{7}}$

Sol.- $\frac{4\sqrt{7}}{7}$

297.- Longitud eje transverso: 2a; $a=\sqrt{7}$

Sol.- $2\sqrt{7}$

Sección XXXVIII.- La longitud del eje transverso de una hipérbola centrada en el origen es 10 y uno de sus focos es (-6,0). Dar:

298.- La ecuación de esta hipérbola

299.- Sus vértices

300.- La longitud del eje conjugado

301.- su excentricidad

302.- La longitud de uno de sus lados rectos.

Soluciones:

298.- Longitud eje transverso: 10 $\Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$

Foco: (-6,0) $\Rightarrow c = 6; b^2 = c^2 - a^2 \Rightarrow b^2 = 11$

Sol.- $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{11} = 1$

299.- y=0 $\Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm 5$

Sol.- (5,0), (-5,0)

300.- Longitud de eje conjugado: $2b; b = \sqrt{11}$

Sol.- $2\sqrt{11}$

301.- c=6, a=5 $\Rightarrow e = \frac{6}{5}$

302.- $b^2 = 11, a = 3 \Rightarrow \left|\frac{2b^2}{a}\right| = \frac{2.11}{3} = \frac{22}{3}$

Sol.- $7\frac{1}{2}$

Sección XXXIX.- Una hipérbola centrada en el origen tiene su foco en (-2,0) y la longitud de uno de sus lados rectos es 8. Dar:

303.- Su ecuación

304.- Sus vértices

305.- Su excentricidad

306.- La longitud del eje conjugado

307.- La longitud del eje transverso

Soluciones:

303.- Foco: (-2,0) $\Rightarrow$ c=2; longitud lado recto: 8 $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{2b^2}{a} = 8 \Rightarrow \frac{b^2}{a} = 4 \Rightarrow b^2 = 4a; b^2 = c^2 - a^2 \Rightarrow$

$c^2 - a^2 = 4a \Rightarrow a^2 + 4a - 4 = 0 \Rightarrow a = \frac{-4 \pm \sqrt{16+16}}{2} \Rightarrow$

$a = -2 \pm 2\sqrt{2};$ a solo admite el valor:

$-2 \pm 2\sqrt{2};$; Luego $a = (-2 + 2\sqrt{2})^2 = 4 + 8 - 8\sqrt{2} \Rightarrow$

$a^2 = 12 - 8\sqrt{2} y b^2 = -8 + 8\sqrt{2}$

Sol.- $\frac{x^2}{12 - 8\sqrt{2}} - \frac{y^2}{-8 + 8\sqrt{2}} = 1$

304.- y=0 $\Rightarrow x^2 = 12 - 8\sqrt{2} \Rightarrow x = \pm\sqrt{12 - 8\sqrt{2}}$

$\Rightarrow x = \pm 2\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$

Sol.- $(2\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}, 0), (-2\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}, 0)$

305.- c=2, a= $2\sqrt{2} - 2 \Rightarrow e = \frac{2}{2\sqrt{2} - 2} \cdot \frac{2\sqrt{2} + 2}{2\sqrt{2} + 2} = \frac{2(2\sqrt{2} + 2)}{8 - 4}$

Sol.- $e = \frac{2\sqrt{2} + 2}{2}$

306.- Longitud eje conjugado: 2b; b= $\sqrt{8\sqrt{2} - 8}$

Sol.- $2\sqrt{8\sqrt{2} - 8}$

307.- Longitud eje transverso: 2a; a= $2\sqrt{2} - 2$

Sol.- $4\sqrt{2} - 4$

Sección XL.- Dar la ecuación de la hipérbola que:

308.- Tiene excentricidad: $\frac{1}{2}\sqrt{5}$ y longitud de su lado recto es: 7

309.- Tiene un vértice en (-2,0) y una de las asíntotas es la recta, de ecuación: y=3x

310.- Es rectangular, con eje transverso coincidente con eje x y uno de sus focos es: (-5,0)

Soluciones:

308.- $e=\frac{1}{2}\sqrt{5},\frac{2b^2}{a}=7\Rightarrow\frac{c}{a}=\frac{1}{2}\sqrt{5},\frac{b^2}{a}=\frac{7}{2}\Rightarrow$

$\Rightarrow c=\frac{a}{2}\sqrt{5},b^2=\frac{7}{2}a.$ Como: $b^2=c^2-a^2\Rightarrow$

$\Rightarrow c^2=\frac{5}{4}a^2,c^2-a^2=\frac{7}{2}a\Rightarrow\frac{5}{4}a^2-a^2=\frac{7}{2}a\Rightarrow$

$\Rightarrow 5a^2-4a^2-14a=0\Rightarrow a^2-14a=0\Rightarrow a(a-14)=0\Rightarrow$

$\Rightarrow a=0,a=14;$ donde $a=0$ no es solución

$a=14\Rightarrow b^2=\frac{7}{2}14=49$

Sol.- $\frac{x^2}{196}-\frac{y^2}{49}=1$

309.- Vértice: (-2,0) $\Rightarrow a=2$; asíntota: y=3x.

Ec. de la forma: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1;\frac{b}{a}=3\Rightarrow b=3a\Rightarrow b=6$

Sol.- $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{36}=1$

310.- Foco: (-5,0) $\Rightarrow c=5$. Hipérbola rectangular:

$a^2=b^2\Rightarrow c^2=2a^2\Rightarrow a^2=\frac{c^2}{2}\Rightarrow a^2=\frac{25}{2}$

Sol.- $x^2-y^2=\frac{25}{2}$

AUTOEVALUACION # 2

GEOMETRIA ANALITICA BIDIMENSIONAL.

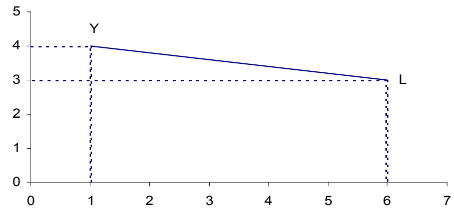
311.- Los vértices de la hipérbola equilátera: xy=1, son:

a) (-1,1), (1,1) b) (1,1), (-1,-1)

c) (1,0), (0,1)   d) No tiene por ser equilátero

e) Ninguna de las anteriores

312.- La recta L, mostrada en la gráfica adjunta admite por ecuación la siguiente:

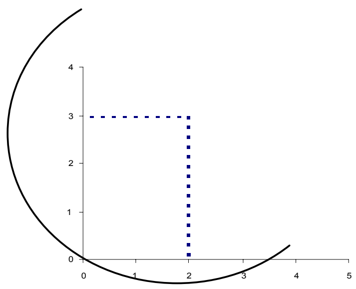


a) Y=2x-7   b) $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=1$

c) y=3x   d) $y-1=-\frac{1}{2}(x-4)$

e) Ninguna de las anteriores

313.- La circunferencia mostrada en la figura adjunta, admite por ecuación:

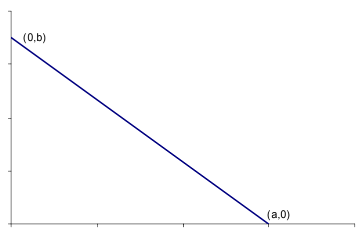


a) $(x-3)^2+(y-2)^2=13$ b) $(x+3)^2+(y+2)^2=13$

c) $(x-2)^2+(y-3)^2=13$ d) $(x+2)^2+(y+3)^2=\sqrt{13}$

e) Ninguna de las anteriores

314.- La recta que pasa por (-3,-2) y es perpendicular a la recta L, tal como lo muestra la figura adjunta, admite como ecuación:

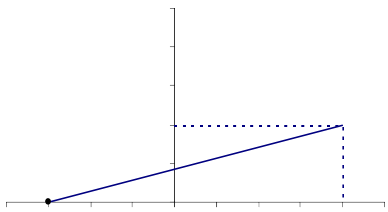


a) $(y-2)=\frac{a}{b}(x-3)$ b) $y=\frac{a}{b}(x+3)-2$

c) $y=\frac{a}{b}(x+3)+2$ d) $y=\frac{b}{a}(x+3)+2$

e) Ninguna de las anteriores

315.- La recta paralela al eje x, que pasa por la intersección de la recta L (ver figura adjunta) con el eje y; admite como ecuación:



a) $x+\frac{3}{4}=0$ b) $y+\frac{3}{4}=0$

c) $y-\frac{3}{4}=0$ d) $x-\frac{3}{4}=0$

e) Ninguna de las anteriores

316.- La ecuación de la parábola, cuya directriz es: x-3=0,está dada adecuadamente por:

a) $y^2+12x=0$ b) $y^2=12x$

c) $x^2=12y$ d) $x^2+12y=0$

e) Ninguna de las anteriores

317.- El área del rectángulo circunscrito a la elipse: $16x^2+y^2=16$, es:

a) 16^2 b) $16\sqrt{2}$

c) 16 d) 4

e) Ninguna de las anteriores

318.- Las intersecciones de la elipse: $x^2+25y^2=25$ con la recta: y=2x, son:

a) $(\frac{5}{\sqrt{101}},\frac{10}{\sqrt{101}}),(-\frac{5}{\sqrt{101}},-\frac{10}{\sqrt{101}})$ b) $(\frac{1}{\sqrt{5}},\frac{2}{\sqrt{5}}),(-\frac{1}{\sqrt{5}},-\frac{2}{\sqrt{5}})$

c) $(25,50),(-25,-50)$ d) $(\sqrt{5},-2\sqrt{5}),(-\sqrt{5},2\sqrt{5})$

e) Ninguna de las anteriores

319.- Sean los puntos: A (-1,-3), B (2,3) y C (0,-1). Al unirse, ellos forman un triángulo

a) equilátero b) isósceles

c) rectángulo d) cualquiera

e) Ninguna de las anteriores

320.- La ecuación de la circunferencia de centro (-1,2), que pasa por (0,0), está dada adecuadamente por:

a) $x^2+y^2+2x-4y=0$ b) $(x-1)^2+(y+2)^2=5$

c) $(x-1)^2+(y-2)^2=3$ d) $x^2+y^2+2x-4y=5$

e) Ninguna de las anteriores

321.- La ecuación de la circunferencia tangente al eje y, con centro en (-2,-2), está dada adecuadamente por:

a) $(x+2)^2+(y+2)^2=2$ b) $(x-2)^2+(y-2)^2=4$

c) $x^2+y^2+4(x+y+3)=0$ d) $x^2+y^2+4x+4y+4=0$

e) Ninguna de las anteriores

322.- Las rectas: $ax+by=k_1, bx-ay=k_2$, con $k_1 y k_2 \in R$, son:

a) Paralelas entre sí b) perpendiculares entre sí

c) se intersecan en (k_1,k_2) d) se intersecan en (k_2,k_1)

e) Ninguna de las anteriores

323.- La ecuación de la recta que pasa por el origen y es perpendicular a la recta: x-3y=2, está dada adecuadamente por:

a) $x+\frac{1}{3}y=2$ b) $-x+\frac{1}{3}y=0$

c) $3x-y=2$ d) $y+3x=0$

e) Ninguna de las anteriores

324.- La parábola de ecuación: $x^2 = 25y$, tiene por foco y directriz, respectivamente

a) F (0,25), y=-25

b) F (0, $\frac{25}{4}$), y=$\frac{25}{4}$

c) F ($\frac{25}{4}$,0), y=$-6\frac{1}{4}$

d) F ($-6\frac{1}{4}$, 0), x=$-6\frac{1}{4}$

e) Ninguna de las anteriores

325.- La parábola de directriz: x+2=0, tiene como lado recto, un segmento de longitud:

a) 1

b) 2

c) 4

d) 8

e) Ninguna de las anteriores

326.- La ecuación de la recta que pasa por el foco de la parábola: $x^2 = 5y$, y por su vértice, está dada adecuadamente por:

a) x=5y

b) y=$\sqrt{5}x$

c) $y = \frac{x}{\sqrt{5}}$

d) $x = \sqrt{5}y$

e) Ninguna de las anteriores

327.- La ecuación de la circunferencia, cuyo diámetro es el lado recto de la parábola: $y^2 - x = 0$

a) $x^2 + (y - \frac{1}{4})^2 = \frac{1}{4}$

b) $y^2 + x^2 = 1$

c) $(x - \frac{1}{4})^2 + y^2 = \frac{1}{4}$

d) $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$

e) Ninguna de las anteriores

328.- Una recta perpendicular a otra de ecuación x-2y=1, tiene pendiente:

a) 2

b) -2

c) $\frac{1}{2}$

d) $-\frac{1}{2}$

e) Ninguna de las anteriores

329.- La ecuación simétrica correspondiente a la recta: 2x+3y=6, es;

a) $y=-\frac{2}{3}x+2$ b) $y=\frac{2}{3}x-2$

c) $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$ d) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$

e) Ninguna de las anteriores

330.- La x-intersección e y-intersección de la recta: $\frac{2x-3y}{4}=x-(y+1)$

son respectivamente:

a) 2 y -4 b) $-\frac{4}{7}y-\frac{1}{4}$

c) $-\frac{4}{7}y4$ d) -4 y 2

e) Ninguna de las anteriores

331.- El lugar geométrico de los puntos que verifican: "la distancia de cada uno de ellos a A (2,-1), es el doble que su distancia a B (0,0)", está descrito adecuadamente por:

a) $2y-4x+5=0$ b) $x^2+y^2+\frac{4}{2}x-\frac{2}{3}y-\frac{5}{3}=0$

c) $y=\frac{4x+5}{2}$ d) $5x^2+5y^2-4x+2y+5=0$

e) Ninguna de las anteriores

332.- El área de un cuadrado inscrito en la circunferencia: $x^2+y^2=1$, es:

a) 2 b) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

c)1 d) 4

e) Ninguna de las anteriores

333.- El perímetro de un cuadrado circunscrito a la circunferencia: $x^2+y^2=a^2$, está dada adecuadamente por:

a) $4a$ b) $4\sqrt{a}$

c) $4a\sqrt{2}$ d) $8a$

e) Ninguna de las anteriores

334.- Sea $\overline{AB}$ un segmento tal que A es (-1,8) y M el punto medio del segmento, es M (0,-4). Las coordenadas de B son:

a) (1,-16) b) (1,0)

c) $(-\frac{1}{2},2)$ d) $(\frac{1}{2},6)$

e) Ninguna de las anteriores

335.- El triángulo descrito por los puntos: A (-2,1), B (2,2) y C= $(\frac{7}{2},0)$, es:

a) equilátero b) isósceles

c) rectángulo d) no forman triángulo

e) Ninguna de las anteriores

336.- Para que el punto: (5, x), equidiste de A (2,1) y B (-4,-3), es necesario que x tenga como valor:

a)8 b) $-\frac{1}{8}$

c) -1 d) -10

e) Ninguna de las anteriores

337.- La ecuación de la elipse centrada en el origen, dado uno de sus focos: (0,-3) y la longitud del eje menor: 4; está dada adecuadamente por:

a) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$ b) $\frac{x^2}{13}+\frac{y^2}{4}=1$

c) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{13}=1$ d) $\frac{y^2}{9}+\frac{x^2}{4}=1$

e) Ninguna de las anteriores

338.- Si la excentricidad de una elipse es: 1; se verifica que:

a) sus focos están en el eje x b) sus focos están en el eje y

c) está centrada en c) esta se transforma en el origen circunferencia

e) Ninguna de las anteriores.

339.- La longitud del eje mayor y del eje menor correspondiente a la elipse: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ son respectivamente:

a) $2a y 2b$ b) $a y b$

c) $\frac{a}{2} y \frac{b}{2}$ d) $\sqrt{a} y \sqrt{b}$

e) Ninguna de las anteriores

340.- La hipérbola centrada en el origen, con un vértice en: (-2,0) y una de sus asíntotas es la recta y-x=0, tiene por ecuación

a) $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ b) $x^2-\frac{y^2}{4}=1$

c) $x^2-y^2=36$ d) $x^2-y^2=4$

e) Ninguna de las anteriores

341.- La hipérbola rectangular, centrada en el origen, de eje transverso paralelo al eje x, con uno de sus focos en (5,0), tiene por ecuación:

a) $x^2-y^2=25$ b) $x^2-y^2=\frac{5}{2}$

c) $x^2-y^2=\frac{25}{2}$ d) $x^2-y^2=\frac{25}{4}$

e) Ninguna de las anteriores

342.- La hipérbola de ecuación: $y^2-9x^2=9$, tiene por vértices:

a) (3,0), (-3,0) b) $(\sqrt{8},0),(-\sqrt{8},0)$

c) (0,9), (0,-9) d) $(0,2\sqrt{2}),(0,-2\sqrt{2})$

e) Ninguna de las anteriores

343.- El punto del eje x, que equidista de los puntos: (-3,1) y (3,5) es:

a) $(\frac{9}{2},0)$ b) (6,4)

c) (-6,0) d) (0,3)

e) Ninguna de las anteriores

344.- La ecuación de la circunferencia que es tangente a los dos ejes coordenados y tiene como centro: (π,π), es:

a) $(x-\pi)^2+(y-\pi)^2=\pi$ b) $(x-\pi)^2+(y-\pi)^2=\pi^2$

c) $(x-\pi)^2+(y-\pi)^2=\sqrt{\pi}$ d) No tiene solución

e) Ninguna de las anteriores

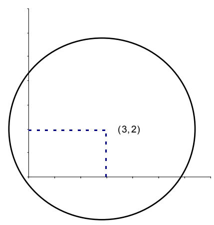
345.- Dada las rectas: L_1, $\dfrac{y-1}{2}=3x;$ L_2, $1-y=\dfrac{x}{6}=3;$ L_3, $\dfrac{2y+1}{3}=6;$ se verifica:

a) $L_1 \parallel L_2$ b) $L_2 \parallel L_3$

c) $L_1 \perp L_2$ d) $L_1 \perp L_3$

e) Ninguna de las anteriores

346.- Las intersecciones de la circunferencia con los ejes coordenados (ver figura adjunta), son:

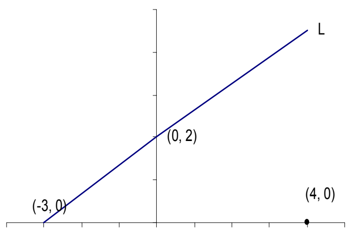


a) (4,0), (0,6) Y(0,0) b) (4,0) y (0,6)

c) (0,4) y (6,0) d) (0,4), (6,0) y (0,0)

e) Ninguna de las anteriores

347.- La ecuación de la recta que pasa por (4,0) y es perpendicular a L, según se observa en la figura adjunta, es:

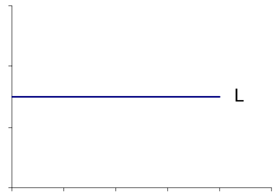


a) 2y+3x=12 b) 2x-3y=8

c) 2y+3x+12=0 d)2x-3y+8=0

e) Ninguna de las anteriores

348.- La pendiente de toda recta perpendicular a la recta L dada en la figura adjunta, es:



a) 2 b) $\frac{1}{2}$

c) 0 d) no está definida

e) Ninguna de las anteriores

349.- La distancia del origen a la recta: 2x-y=5 es:

a) $\sqrt{5}$ b) 5

c) $5+\sqrt{5}$ d) $\frac{5}{2}$

e) Ninguna de las anteriores

350.- La recta que pasa por el origen y es paralela a L, dada por: 3y-x+1=0, está dada adecuadamente por:

a) $y=\frac{x}{3}-1$ b) $y=\frac{x}{3}$

c) $y=\frac{x}{3}+1$ d) $y=3x$

e) Ninguna de las anteriores

351.- La recta que pasa por el origen y la intersección de las rectas: y=3, x=2; está dada adecuadamente por:

a) 3y+2x=0 b) 3x-2x=0

c) $y=\frac{3}{2}x$ d) 3y+1=2x

e) Ninguna de las anteriores

352.- La hipérbola de ecuación: $100x^2-y^2=1$, tiene como vértices:

a) (100,0), (-100,0) b) (1,0) y (-1,0)

c) (1,10) y (-1,-10) d) (0,100), (0,-100)

e) Ninguna de las anteriores

353.- La pendiente de toda recta perpendicular a otra que pasa por el origen y el punto (-5,1), está dada por:

a) $-\frac{1}{5}$ b) -5

c) $\frac{1}{5}$ d) 5

e) Ninguna de las anteriores

354.- La ecuación: $y^2 = 9(x^2+1),$ representa gráficamente una:

a) circunferencia b) hipérbola equilátera

c) elipse con eje mayor en eje x d) elipse con eje mayor en eje y

e) Ninguna de las anteriores

355.- El perímetro del cuadrilátero definido por los puntos de intersección de la circunferencia $x^2+y^2=16,$ con los ejes coordenados, es:

a) 16 b) $32\sqrt{2}$

c) $16\sqrt{2}$ d) 64

e) Ninguna de las anteriores

356.- Las intersecciones de la elipse: $4x^2+9y^2=36$ con la recta: $\frac{y}{2}=x$, están dadas adecuadamente por:

a) $(\frac{9}{10},\frac{9}{5}),(-\frac{9}{10},-\frac{9}{5})$ b) $(\sqrt{\frac{9}{10}},\sqrt{\frac{9}{5}}),(-\sqrt{\frac{9}{10}},-\sqrt{\frac{9}{5}})$

c) $(\sqrt{\frac{9}{10}},\frac{1}{2}\sqrt{\frac{9}{10}}),(-\sqrt{\frac{9}{10}},-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{9}{10}})$ d) $(\frac{3\sqrt{10}}{10},\frac{3\sqrt{10}}{5}),(-\frac{3\sqrt{10}}{10},-\frac{3\sqrt{10}}{5})$

e) Ninguna de las anteriores

357.- La hipérbola centrada en el origen, con un vértice en: (0,2) y una de sus asíntotas es la recta: y-2x=0; está dada por la ecuación:

a) $4y^2-x^2=16$ b) $y^2-4x^2=16$

c) $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ d) $\frac{y^2}{4}-x^2=1$

e) Ninguna de las anteriores

358.- La longitud del lado recto de una parábola es: 11. Si esta centrada en el origen y se abre hacia la izquierda, dar su ecuación:

a) $y^2 - 11x = 0$ b) $y^2 + 11x = 0$

c) $x^2 - 11x = 0$ d) $x^2 - 11x = 0$

e) Ninguna de las anteriores

359.- La longitud del lado recto de la parábola de directriz: y-5=0, es:

a) 5 b) -20

c) 20 d) -5

e) Ninguna de las anteriores

360.- La excentricidad de la elipse centrada en el origen, de foco: (0,3) y vértice: (0,5), es:

a) $\frac{9}{25}$ b) $-\frac{9}{25}$

c) $-\frac{25}{9}$ d) $\frac{25}{9}$

e) Ninguna de las anteriores

361.- La ecuación de la circunferencia, para la cual uno de sus diámetros está limitado por los puntos: (-4,0), (2,4), está dada adecuadamente por:

a) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 13$ b) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 13$

c) $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 52$ d) $(x+4)^2 + y^2 = 52$

e) Ninguna de las anteriores

362.- Una parábola, tiene por foco el punto: (0,-5). Dar su ecuación y la de su directriz.

a) $x^2 - 20y = 0; y = 5$ b) $x^2 + 20y = 0; y = 5$

c) $y^2 - 20x = 0; x = 5$ d) $y^2 + 20x = 0; x = 5$

e) Ninguna de las anteriores

363.- La ecuación de la elipse, cuyo eje menor tiene longitud: 12 y uno de sus focos es: (0,4), está dada adecuadamente por:

a) $\frac{x^2}{52}+\frac{y^2}{36}=1$ b) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$

c) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{36}=1$ d) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{52}=1$

e) Ninguna de las anteriores

364.- Los puntos: (3,-3), (-3,3), (-1,1) determinan al unirse, un triangulo:

a) rectángulo b) equilátero

c) isósceles d) cualquiera

e) Ninguna de las anteriores

365.- El perímetro de un cuadrado circunscrito a la circunferencia: $(x-2)^2+(y-1)^2=25,$ es:

a) 5 b) 20

c) 25 d) 100

e) Ninguna de las anteriores

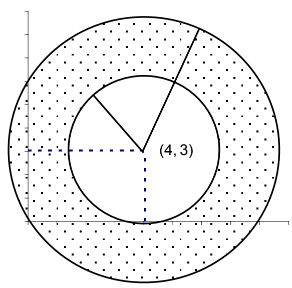
366.- El área del rectángulo, cuyo largo y ancho respectivamente son las longitudes del eje mayor y menor de la elipse: $\frac{x^2}{4}+y^2=1,$ está dada por:

a) 1 b) 2

c) 4 d) 8

e) Ninguna de las anteriores

367.- La diferencia de áreas (o el área de la parte punteada) de los dos círculos concéntricos que muestra a figura adjunta, es:

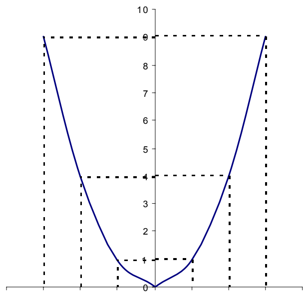


a) 49π b) 25π

c) 16π d) 2π

e) Ninguna de las anteriores

368.- La parábola de la figura adjunta, tiene su foco en el punto:



a) (0,1) b) (0, $\frac{1}{4}$)

c) ($\frac{1}{4}$,0) d) (0, $\frac{1}{2}$)

e) Ninguna de las anteriores

369.- La longitud del diámetro de la circunferencia: $2x^2+2y^2+4x-y-6=0,$ es:

a) $\frac{1}{4}\sqrt{17}$ b) $\frac{1}{8}\sqrt{17}$

c) $\frac{1}{4}\sqrt{65}$ d) $\frac{1}{2}\sqrt{65}$

e) Ninguna de las anteriores

370.- Sea el triángulo descrito por los puntos A (0,0); B (a, 0) y C (0, b). El segmento de recta que une los puntos medios de $\overline{AC} y \overline{BA}$, es:

a) $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{4}$

c) $\frac{a+b}{2}$ d) $\frac{a-b}{2}$

e) Ninguna de las anteriores

371.- La ecuación de la circunferencia centrada en el origen, que es tangente a la directriz de la parábola, es:

a) $x^2+y^2=6$ b) $x^2+y^2=36$

c) $x^2+y^2=24$ d) $x^2+y^2=12$

e) Ninguna de las anteriores

372.- La hipérbola rectangular, centrada en el origen, de eje transverso paralelo al eje y, con uno de sus focos en (0,3), tiene por ecuación:

a) $x^2-y^2=\frac{9}{2}$ b) $y^2-x^2=\frac{9}{2}$

c) $x^2-y^2=9$ d) $y^2-x^2=9$

e) Ninguna de las anteriores

373.- Dada la elipse de ecuación: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,$ (a<b), la circunferencia centrada en el origen e inscrita en ella, tiene por ecuación:

a) $x^2+y^2=1$ b) $x^2+y^2=\frac{b^2}{a^2}$

c) $x^2+y^2=a^2$ d) $x^2+y^2=b^2$

e) Ninguna de las anteriores

374.- La hipérbola de ecuación: $x^2+y^2=1,$ se interseca con la recta: y+x=0, en los puntos:

a) $(\frac{1}{2}\sqrt{2},-\frac{1}{2}\sqrt{2}),(-\frac{1}{2}\sqrt{2},\frac{1}{2}\sqrt{2})$ b) $(-\frac{1}{2}\sqrt{2},-\frac{1}{2}\sqrt{2}),(\frac{1}{2}\sqrt{2},\frac{1}{2}\sqrt{2})$

c) $(\frac{1}{2}\sqrt{2},\frac{1}{2}\sqrt{2}),(\frac{1}{2}\sqrt{2},-\frac{1}{2}\sqrt{2})$ d) $(\frac{1}{2},\frac{1}{2}),(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$

e) Ninguna de las anteriores

SOLUCIONES A LA AUTOEVALUACION #2

311.-	b	312.-	e	313.-	c	314.-	b
315.-	c	316.-	a	317.-	c	318.-	a
319.-	e	320.-	a	321.-	d	322.-	b
323.-	d	324.-	e	325.-	d	326.-	e
327.-	c	328.-	b	329.-	c	330.-	a

331.-	b	332.-	a	333.-	d	334.-	a
335.-	c	336.-	d	337.-	c	338.-	e
339.-	a	340.-	d	341.-	c	342.-	e
343.-	e	344.-	b	345.-	c	346.-	d
347.-	a	348.-	d	349.-	a	350.-	b
351.-	c	352.-	e	353.-	d	354.-	e
355.-	c	356.-	d	357.-	a	358.-	b
359.-	c	360.-	e	361.-	a	362.-	b
363.-	d	364.-	e	365.-	e	366.-	d
367.-	c	368.-	b	369.-	c	370.-	a
371.-	b	372.-	b	373.-	c	374.-	e

SOLUCIONARIO DESARROLLADO DE LA AUTO EVALUACION #2

311.- Respuesta obvia (b)

312.- y-4= $-\frac{1}{4}(x-1) \Rightarrow 4y-16=-x+1 \Rightarrow 4y+x=17$ (e)

313.- Centro: (2,3); radio $\sqrt{4+9}=\sqrt{13} \Rightarrow$ Ec. pedida:

314.- m de L= $-\frac{b}{a} \Rightarrow$ m de recta pedida $\frac{a}{b} \Rightarrow$ Ec pedida:

$y+2=\frac{a}{b}(x+3)$ (b)

315.- Ec. de L: y-2= $\frac{1}{4}(-5);$ está interseca con eje y en x=0, de

donde: $y-2=\frac{1}{4}(-5) \Rightarrow y=\frac{3}{4}$ Ec. pedida: $y=\frac{3}{4}$ (c)

316.- $p=-3 \Rightarrow y^2=-12x$ (a)

317.- $16x^2+y^2=16 \Rightarrow x^2+\frac{y^2}{16}=1; a=1, b=4 \Rightarrow$

$2a=2, 2b=8 \Rightarrow área=2.8=16$ (c)

318.- $x^2+25.(2x)^2=25 \Rightarrow x^2+100x^2=25 \Rightarrow x=\pm\frac{5}{\sqrt{10}}.$ Usando la ecuación de la recta, se tiene: (a)

319.- $\left|\overline{AB}\right|=3\sqrt{5}, \left|\overline{BC}\right|=2\sqrt{5}, \left|\overline{AC}\right|=\sqrt{5}; \left|\overline{AB}\right|=\left|\overline{BC}\right|+\left|\overline{AC}\right|$

Luego: A, B y c son colineales (e)

320.- $r=\sqrt{5}\Rightarrow Ec:(x+1)^2+(y-2)^2=5\Rightarrow$
$\Rightarrow x^2+2x+1+y^2-4y+4=5\Rightarrow x^2+y^2+2x-4y=0(a)$

321.- $r=2\Rightarrow Ec:(x+2)^2+(y+2)^2=4\Rightarrow x^2+4x+4+y^2+4y+4=4$
$\Rightarrow x^2+y^2+4x+4y+4=0(d)$

322.- $by=-ax+k_1\Rightarrow y=-\frac{a}{b}x+\frac{k_1}{b}\Rightarrow m_1=-\frac{a}{b}$

$-ay=-bx+k_2\Rightarrow y=\frac{b}{a}x+\frac{k_2}{a}\Rightarrow m_2=\frac{b}{a}$

$m_1.m_2=-\frac{a}{b}.\frac{b}{a}=-1(b)$

323.- $x-3y=2\Rightarrow 3y=x-2\Rightarrow y=\frac{x}{3}-\frac{2}{3}\Rightarrow m=\frac{1}{3}$
$Ec.pedida: y=-3x(d)$

324.- $4p=25\Rightarrow p=\frac{25}{4}\therefore F(0,\frac{25}{4})y$
$directriz: y=-\frac{25}{4}(e)$

325.- $|P|=2\Rightarrow|4p|=8(d)$

326.- La recta ese l mismo eje y (x=0) (e)

327.- Centro ese l foco: F $(\frac{1}{4},0)$; radio es: $|2p|=\frac{1}{2}$

Ec. pedida: $(x-\frac{1}{4})^2+y^2=\frac{1}{4}(c)$

328.- m de la recta dada: $\frac{1}{2}$ (ya que: x-2y=1$\Rightarrow$

$\Rightarrow$-2y=-x+1$\Rightarrow$y=$\frac{x}{2}-\frac{1}{2}$). Pendiente pedida:-2

329.- Basta dividir por 6 $(\frac{2x}{6}+\frac{3y}{6}=\frac{6}{6})(c)$

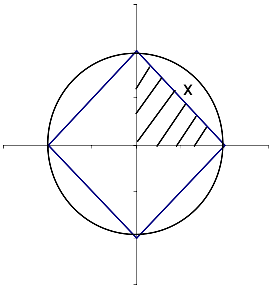
330.- x-intersección: y=0$\Rightarrow\frac{2x}{4}=x-1\Rightarrow x=2$

Y-intersección: x=0$\Rightarrow\frac{-3y}{4}=-y-1\Rightarrow y=-4$(a)

331. C= Lugar geométrico$\Leftrightarrow|\overline{CA}|=2|\overline{CB}|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2+(y+1)^2} = 2\sqrt{x^2+y^2}$$
$$\Leftrightarrow (x-2)^2+(y+1)^2 = 4(x^2+y^2)$$
$$\Leftrightarrow x^2-4x+4+y^2+2y+1 = 4x^2+4y^2$$

332.

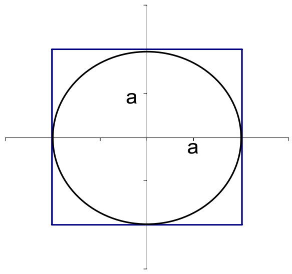


$$\Leftrightarrow 3x^2+3y^2+4x-2y-5=0(b)$$

De la figura: $x^2 = 1+1 \Rightarrow x = \sqrt{2}$

Área: A= $x^2 \Rightarrow A = (\sqrt{2})^2 = 2(a)$

333. Cada lado del cuadrado circunscrito mide: 2ª.



El perímetro pe s p=8a (d)

334. Sea B (x,y), entonces:

$$\frac{-1+x}{2}=0 \Rightarrow -1+x=0 \Rightarrow x=1$$

$$\frac{8+y}{2}=-4 \Rightarrow 8+y=-8 \Rightarrow y=-16 \text{ (a)}$$

335. $\left|\overline{AB}\right| = \sqrt{25}$

$\left|\overline{AC}\right| = \sqrt{\frac{125}{4}} \Rightarrow \left|\overline{AC}\right|^2 = \left|\overline{AB}\right|^2 + \left|\overline{BC}\right|^2$ (Ya que: $\frac{125}{4} = 25 + \frac{25}{4}$

$$\left|\overline{AC}\right| = \sqrt{\frac{125}{4}}(c)$$

336. Sea C (5, x). Luego: $\left|\overline{CA}\right| = \left|\overline{CB}\right| \Rightarrow$

$$\sqrt{(5-2)^2+(x-1)^2} = \sqrt{(5+4)^2+(x+3)^2} \Rightarrow 9+(x-1)^2$$
$$=81+(x+3)^2 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow (x-1)^2-(x+3)^2 = 72 \Rightarrow x^2-2x+1-x^2-6x-9$$
$$=72 \Rightarrow -8x-8=7$$
$$\Rightarrow -8x = 80 \Rightarrow x = -10(d)$$

337. Foco: (0,-3)$\Rightarrow$ c=3; longitud eje menor: 4$\Rightarrow$ b=2

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 13; Ec.pedida: \frac{y^2}{13} + \frac{x^2}{4} = 1 (c)$

338. e=1 $\Rightarrow \frac{c}{a} = 1 \Rightarrow c = a \Rightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 0,$ creando problemas de indefinición, etc. (e)

339. Supuesto: a>b, longitud semi-eje mayor: a longitud semi-eje menor: b (a)

340. $V(-2,0) \Rightarrow a = 2; \frac{b}{a} = 1 \Rightarrow b = a = 2;$ Ec pedida:

$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow x^2 - y^2 = 4 (d)$

341. Foco: (5,0) $\Rightarrow$ c=5; condición hipérbola rectangular: $a^2 = b^2 \Rightarrow c^2 = 2a^2 \Rightarrow a^2 = \frac{25}{2} \therefore Ec.pedida: x^2 - y^2 = \frac{25}{2} (c)$

342. $y^2 - 9x^2 = 9 \Rightarrow y^2 = 9,$ s ix=0 $\Rightarrow$ y= ± 3

Vértices: (0,3), (0,-3) (e)

343. Sea (x, 0) punto buscado

$\therefore \sqrt{(x+3)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (0-5)^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow (x+3)^2 + 1 = (x-3)^2 + 25 \Rightarrow x^2 + 6x + 9 + 1 =$

$= x^2 - 6x + 9 + 25 \Rightarrow$

$\Rightarrow 12x = 24 \Rightarrow x = 2 \therefore$ Pto buscado: (2,0) (e)

344. Si el radio es π, la solución es:

$(x - \pi)^2 + (y - \pi)^2 = \pi^2 (b)$

345. m_1 de L_1: y-1=6x $\Rightarrow m_1$ =6

m_2 de L_2 :y-1= $-\frac{x}{6} + 3 \Rightarrow m_2 = -\frac{1}{6}$

m_3 de L_3: 0 $\therefore$ $m_1.m_2 = -1 \therefore L_1 \perp L_2 (c)$

346. De la figura son inmediatos: (0,4), (0,0) y (6,0), los que pueden calcularse. (d)

347. m de L: $\frac{2}{3} \Rightarrow m_{\perp} = -\frac{3}{2}$ ecuación pedida

y=$-\frac{3}{2}(x-4) \Rightarrow 3x+2y=12(a)$

348. Toda recta perpendicular a L, en este caso, loe s el eje x. Su pendiente no esta definida (d)

349. 2x-y=5 $\Rightarrow m=2 \therefore m_{\perp}=-\frac{1}{2} \Rightarrow$ Ec pedida y=$-\frac{1}{2}x$

$\therefore \left.\begin{matrix} 2x-y=5 \\ x+2y=0 \end{matrix}\right| \Rightarrow \left.\begin{matrix} 2x-y=5 \\ 2x+4y=0 \end{matrix}\right| \Rightarrow y=-1, x=2 \therefore p(2,-1)$

$\Rightarrow d=\sqrt{(2-0)^2+(1-0)^2} \Rightarrow d=\sqrt{5}(a)$

350.- 3y=x-1 $\Rightarrow y=\frac{x}{3}-\frac{1}{3} \Rightarrow m=\frac{1}{3}$ Ec pedida: $y=\frac{x}{3}(b)$

351.- Origen: (0,0). Pto intersección: (2,3).

Ec pedida: $y=\frac{3}{2}x(c)$

352.- y=0 $\Rightarrow 100x^2=1 \Rightarrow x=\pm\frac{1}{10} \therefore (\frac{1}{10},0),(-\frac{1}{10},0)(e)$

353.- m de la recta dada: $-\frac{1}{5} \therefore m$ pedida: 5

354.- $y^2=9x^2+9 \Rightarrow y^2-9x^2=9 \Rightarrow \frac{y^2}{9}-x^2=1$ Ec de hipérbola centrada en el origen (e)

355.- Usando figura (332); x=4$\sqrt{2} \Rightarrow p=4x \Rightarrow p=16\sqrt{2}(c)$

356.- $\left.\begin{matrix} 4x^2+9y^2=36 \\ y=2x \end{matrix}\right| \Rightarrow 4x^2+9(2x)^2=36 \Rightarrow x=\pm\frac{3\sqrt{10}}{10}$

Usando la relación: y=2x, se tiene las soluciones (d)

357.- V= (0,2) $\Rightarrow$a=2; y-2x=0$\Rightarrow$y=2x$\Rightarrow$m=2$\Rightarrow \frac{b}{a}=2$

$\Rightarrow$b=2a$\Rightarrow$b=4. Ec pedida: $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{16}=1(a)$

358.- $|4p|=11;$ Ec tipo: $y^2=-4px \Rightarrow y^2=-11x(b)$

359.- p=5$\Rightarrow |4p|=20(c)$

360.- $e=\frac{c}{a} \Rightarrow e=\frac{3}{5}(e)$

361.- Centro: (-1,2) (pto medio segmento);

r= $\sqrt{9+4} = \sqrt{13};$ Ec pedida: $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 13(a)$

362.- Foco: (0,-5) $\Rightarrow p = -5$ Ec pedida: $x^2 = -20y$ Ec directriz: y=5 (b)

363.- Longitud eje menor: 12 $\Rightarrow b = 6;\ foco:(0,4) \Rightarrow$

C=4; $a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 36 + 16 = 52 \therefore$ Ec pedida:

$\frac{y^2}{52} + \frac{x^2}{36} = 1(d)$

364.- Sean: A (3,-3), B (-3,3), C (-1,1).

$\left|\overline{AC}\right| = \sqrt{16+16} = 4\sqrt{2}$

$\left|\overline{BC}\right| = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2} \Rightarrow \left|\overline{AB}\right| = \left|\overline{AC}\right| + \left|\overline{BC}\right| \therefore$

$\left|\overline{AB}\right| = \sqrt{36+36} = 6\sqrt{2}$ A, B, y c son colineales (e)

365.- Cada lado, de longitud 10 $\therefore$ perímetro p=40 (c)

366.- Semi-eje mayor: 2 $\Rightarrow$ eje mayor: 4

Semi-eje menor: 1 $\Rightarrow$ eje menor: 2

$\therefore Área = 4.2 = 8(d)$

367.- $r_1 = \sqrt{16+9} = 5; r_2 = 3 \therefore$ diferencia de áreas= $\pi(25-9) = 16\pi(c)$

368.- Ec de esta parábola: y $= x^2$. Existen varios elementos que permiten calcular tal ecuación: se abre hacia arriba, centrada en el origen y pasa por (1,1), o bien (-1,1), etc.

4p=1 $\Rightarrow p = \frac{1}{4};\ foco(0,\frac{1}{4})(b)$

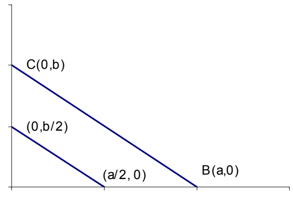
369.- $x^2 + y^2 + 2x - \frac{y}{2} - 3 = 0 \Rightarrow (x^2 + 2x) + (y^2 - \frac{y}{2}) = 3 \Rightarrow$

$\Rightarrow (x^2 + 2x + 1) + (y^2 - \frac{y}{2} + (\frac{1}{4})^2) = 3 + 1 + \frac{1}{6} \Rightarrow$

$\Rightarrow r^2 = \frac{65}{16} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{65}}{4}$

$\Rightarrow d = \frac{\sqrt{65}}{4}(c)$

370.-



$d = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4}} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2}(a)$

371.- 4p=24 $\Rightarrow p=6 \Rightarrow r=6 \therefore$ Ec pedida: $x^2+y^2=36(b)$

372.- F (0,3) $\Rightarrow$ c=3; condición hipérbola rectangular:

$c^2=2a^2 \Rightarrow a^2=\dfrac{9}{2} \therefore$ Ec pedida: $y^2-x^2=\dfrac{9}{2}(b)$

373.- La circunferencia tiene radio de longitud igual al del semieje menor; esto es: r=a Ec pedida: $x^2+y^2=a^2(c)$

374.- $\left.\begin{array}{l} x^2-y^2=1 \\ x+y=1 \end{array}\right|$ $\Rightarrow$ Si: y=-x, $x^2-(-x)^2=1 \Rightarrow x^2-x^2=1*(0\neq 1)$

No hay tal intersección (e)

Sección XLI.- Dar el valor del os siguientes límites:

375. $\lim_{x\to 1} x$

376. $\lim_{x\to 1} x^2$

377. $\lim_{x\to 2}(x+5)$

378. $\lim_{x\to 1}(2x-7)$

379. $\lim_{x\to 2}(x^2-5)$

380. $\lim_{x\to 1}(x^3-6)$

381. $\lim_{x\to 2}\frac{x}{2}-3$

382. $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-3}{2}$

383. $\lim_{x\to 2}(x^2-\frac{3}{2})$

384. $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x+1}$

385. $\lim_{x\to -1}\frac{x^2-1}{x+1}$

386. $\lim_{x\to -a}\frac{x^2-a^2}{x+a}$

387. $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}+1}{x+1}$

388. $\lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{x}+1}{x+1}$

389. $\lim_{x\to 3}\frac{x^2+27}{x+3}$

390. $\lim_{x\to -3}\frac{x^3+27}{x+3}$

391. $\lim_{x\to 1}\frac{1}{\sqrt{x}-1}$

392. $\lim_{x\to 1} 20$

SOLUCIONES:

375.-1	376.-1	377.-7
378.--5	379.--1	380.--5
381.--1	382.-$\frac{1}{2}$	383.-$\frac{5}{2}$
384.-0	385.--2	386.--2a
387.-1	388.-No existe	389.-9
390.-27	391.-∞	392.-20

Nota.- Indicaciones para algunos de los ejercicios anteriores, que en su mayoría son inmediatos.

385.- $\lim_{x\to -1}\frac{\cancel{(x+1)}(x-1)}{\cancel{(x+1)}}=-2$

386.- $\lim_{x\to -a}\frac{\cancel{(x+a)}(x-a)}{\cancel{(x+a)}}=-2a$

388.- $\sqrt{-1}\notin R$

390.- $\lim_{x\to -3}\frac{\cancel{(x+3)}(x^2-3x+9)}{\cancel{(x+3)}}=27$

391.- $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}+1}{x-1}=\infty$

Sección XLII.- Dar el valor del os siguientes limites.

393.- $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} sen(x+\frac{\pi}{2})$

394.- $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \cos(x+\frac{\pi}{2})$

395.- $\lim_{x\to e} \ln x$

396.- $\lim_{x\to 1} \ln e^x$

397.- $\lim_{x\to 1} e^{\ln x}$

398.- $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} e^{\ln e}$

399.- $\lim_{x\to 0}\sqrt{sen\frac{2\pi}{6}}$

400.- $\lim_{x\to -2}(6+5x)^0$

Soluciones:

393.- $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} sen(x+\frac{\pi}{2})=sen(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2})=sen\pi=0$

394.- $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \cos(x+\frac{\pi}{2})=\cos(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2})=\cos\pi=-1$

395.- $\lim_{x\to e}\ln x = \ln e = 1$

396.- $\lim_{x\to 1}\ln e^x = \lim_{x\to 1} x = 1$

397.- $\lim_{x\to 1} e^{\ln x} = \lim_{x\to 1} x = 1$

398.- $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} e^{\ln e} = e^{\ln e} = e$

399.- $\lim_{x\to 0}\sqrt{sen\frac{2\pi}{6}} = \sqrt{sen\frac{2\pi}{6}}$

400.- $\lim_{x\to -2}(6+5x)^0 = \lim_{x\to -2} 1 = 1$

Sección XLIII.- Sea f, tal que: $f(x)=\begin{cases} -3x+2; x<-3 \\ x^2+1; -3\le x<0 \\ \frac{x+1}{2}; 0\le x<1 \\ 1; 1\le x\le 2 \end{cases}$

Calcular:

401.- $\lim_{x\to -4} f(x)$ 402.- $\lim_{x\to -3^-} f(x)$ 403.- $\lim_{x\to -3^+} f(x)$

404.- $\lim_{x\to -3} f(x)$ 405.- $\lim_{x\to -2} f(x)$ 406.- $\lim_{x\to -0^-} f(x)$

407.- $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ 408.- $\lim_{x\to 0} f(x)$ 409.- $\lim_{x\to \frac{1}{2}} f(x)$

410.- $\lim_{x\to 1^-} f(x)$ 411.- $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ 412.- $\lim_{x\to 1} f(x)$

413.- $\lim_{x\to \frac{3}{2}} f(x)$ 414.- $\lim_{x\to -\sqrt{2}} f(x)$ 415.- $\lim_{x\to 2^-} f(x)$

Soluciones:

401.- $-4\in(-\infty,-3): \lim_{x\to -4} f(x) = \lim_{x\to -4}(-3x+2) = 14$

402.- $-3^-\in(-\infty,-3): \lim_{x\to -3^-} f(x) = \lim_{x\to -3^-}(-3x+2) = 11$

403.- $-3^+\in[-\infty,-3): \lim_{x\to -3^+} f(x) = \lim_{x\to -3^+}(x^2+1) = 10$

404.- por (402) y (403): no existe $\lim_{x\to -3} f(x)$

405.- $-2\in[-3,0): \lim_{x\to -2} f(x) = \lim_{x\to -2}(x^2+1) = 5$

406.- $0^- \in [-3,0): \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-}(x^2+1) = 1$

407.- $0^+ \in [0,1): \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}(\frac{x+1}{2}) = \frac{1}{2}$

408.- por (406) y (407): no existe $\lim_{x\to -3} f(x)$

409.- $\frac{1}{2} \in [0,1): \lim_{x\to \frac{1}{2}} f(x) = \lim_{x\to \frac{1}{2}}(\frac{x+1}{2}) = \frac{3}{4}$

410.- $1^- \in [0,1): \lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-}(\frac{x+1}{2}) = 1$

411.- $1^+ \in [1,2]: \lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} 1 = 1$

412.- por (410) y (411): $\lim_{x\to 1} f(x) = 1$

413.- $\frac{3}{2} \in [1,2]: \lim_{x\to \frac{3}{2}} f(x) = \lim_{x\to \frac{3}{2}} 1 = 1$

414.- $-\sqrt{2} \in [-3,0): \lim_{x\to -\sqrt{2}} f(x) = \lim_{x\to -\sqrt{2}}(x^2+1) = 3$

415.- $2^- \in [1,2]: \lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} 1 = 1$

Sección XLIV.- Sea f, tal que: $f(x) = \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{x-3}}{x}$ Calcular:

416.- $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ 417.- $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ 418.- $\lim_{x\to 0} f(x)$

419.- $\lim_{x\to 4} f(x)$ 420.- $\lim_{x\to 3} f(x)$ 421.- $\lim_{x\to -3} f(x)$

Sea g, tal que: g(x)= $\sqrt{x}-\sqrt{x+1}$. Calcular:

422.- $\lim_{x\to 0^+} g(x)$ 423.- $\lim_{x\to 0} g(x)$ 424.- $\lim_{x\to 4} g(x)$

425.- $\lim_{x\to 1} g(x)$ 426.- $\lim_{x\to -1} g(x)$ 427.- $\lim_{x\to +\infty} g(x)$

Soluciones:

416.-Si $x \to 0^-$, entonces: $\sqrt{x-3}$ no pertenece a R. Esto basta para señalar la inexistencia de: $\lim_{x\to 0^-} f(x)$

417.-Si $x \to 0^+$, entonces: $\sqrt{x-3}$ no pertenece a R Análogo a (416)

418.-Usando (416) ó (417) se concluye la inexistencia de $\lim_{x\to 0^+} f(x)$

419.- $\lim\limits_{x\to 4}\frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{x-3}}{x}=\frac{\sqrt{7}-1}{4}$

420.- $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{x-3}}{x}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

421.- Si x$\to$-3, entonces: $\sqrt{x-3}\notin R$. No existe $\lim\limits_{x\to -3} f(x)$

422.- $\lim\limits_{x\to 0^+}(\sqrt{x}-\sqrt{x+1})=0-\sqrt{1}=-1$

423.- $\lim\limits_{x\to 0}(\sqrt{x}-\sqrt{x+1})=-1$

424.- $\lim\limits_{x\to 4}(\sqrt{x}-\sqrt{x+1})=\sqrt{4}-\sqrt{5}=2-\sqrt{5}$

425.- $\lim\limits_{x\to 1}(\sqrt{x}-\sqrt{x+1})=\sqrt{1}-\sqrt{2}=1-\sqrt{2}$

426.-No existe, ya que $\sqrt{-1}\notin R$

427.- $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x}-\sqrt{x+1}.\frac{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-(x+1)}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}$

$=\lim\limits_{x\to\infty}\frac{-1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}=0$

Sección XLV.- Calcular:

428.- $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x-2}$

429.- $\lim\limits_{x\to 1}(x^2+x-1)$

430.- $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{|x|}{x}$

431.- $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{|x|}{x}$

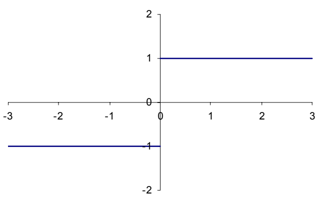
432.- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{|x|}{x}$

433.- $\lim\limits_{x\to 0}(x^2-x)$

Soluciones:

428.- $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}{\cancel{(x-2)}}=\lim\limits_{x\to 2}(x^2+2x+4)=4+4+4=$ 12

429.- $\lim\limits_{x\to 1}(x^2+x-1)=1+1-1=1$



430.-(Ver figura adjunta)

$\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{|x|}{x}=\lim\limits_{x\to 0^-}(-1)=-1$

431.-(Ver figura adjunta)

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{|x|}{x}=\lim_{x\to 0^+}1=1$$

432.-por (430) y (431) se concluye que no existe

$$\lim_{x\to 0}\frac{|x|}{x}$$

433.- $\lim_{x\to 0}(x^2-x)=0-0=0$

Sección XLVI.- Sea f, tal que: $f(x)=\begin{Bmatrix} 3x-1, si; x<0 \\ 2, si; x=0 \\ x^2, si; x>0 \end{Bmatrix}$ Calcular:

434.- $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ 444.- $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ 445.- $\lim_{x\to 0} f(x)$

446.- $\lim_{x\to -1} f(x)$ 447.- $\lim_{x\to 1} f(x)$ 448.- $\lim_{x\to 2} f(x)$

449.- $\lim_{x\to -2} f(x)$ 450.- $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ 451.- $\lim_{x\to +\infty} f(x)$

Soluciones:

434.- $\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0^-}(3x-1)=-1$

435.- $\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}x^2=0$

436.- por (434) y (435); no existe $\lim_{x\to 0} f(x)$

437.- $\lim_{x\to -1} f(x)=\lim_{x\to -1}(3x-1)=-4$

438.- $\lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}x^2=1$

439.- $\lim_{x\to 2} f(x)=\lim_{x\to 2}x^2=4$

440.- $\lim_{x\to -2} f(x)=\lim_{x\to -2}(3x-1)=-7$

441.- $\lim_{x\to -\infty} f(x)=\lim_{x\to -\infty}(7x-1)=-\infty$

442.- $\lim_{x\to +\infty} f(x)=\lim_{x\to +\infty}x^2=+\infty$

Sección XLVII.- Se define f' como: $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x'+h)-f(x)}{h}$ Calcular: f' si:

449.- f(x)=2x 450.- $f(x)=\frac{1}{x}$ 451.- $f(x)=\frac{1}{x+1}$

452.- $f(x)=2\sqrt{x}$ 453.- $f(x)=\sqrt{2x}$ 454.- $f(x)=\sqrt{x+1}$

Soluciones:

443.- $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{2(x+h)-2x}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{2x+2h-2x}{h}$

$=\lim_{h\to 0}\frac{2\cancel{h}}{\cancel{h}}=\lim_{h\to 0}2=2$

Sol: $f(x)=2x\Rightarrow f'(x)=2$

444.- $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{x+h}-\frac{1}{x}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{x-(x+h)}{x(x+h)}}{h}=$

$=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{\cancel{x}-\cancel{x}-h}{x(x+h)}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{-h}{xh(x+h)}==\lim_{h\to 0}\frac{-1}{x(x+h)}$

$=\frac{-1}{x^2}$

Sol.- $f(x)=\frac{1}{x}\Rightarrow f'(x)=-\frac{1}{x^2}$

445.- $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{x+h+1}-\frac{1}{x+1}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{(x+1)-(x+h+1)}{(x+1)(x+h+1)}}{h}$

$=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{\cancel{x}+\cancel{1}-\cancel{x}-\cancel{h}-\cancel{1}}{(x+1)(x+h+1)}}{\cancel{h}}=\lim_{h\to 0}\frac{-1}{(x+1)(x+h+1)}$

$=-\frac{1}{(x+1)^2}$

Sol.- f(x)= $\frac{1}{x+1}\Rightarrow f'(x)=-\frac{1}{(x+1)^2}$

446.- $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{2\sqrt{x+h}-2\sqrt{x}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{2\sqrt{x+h}-2\sqrt{x}}{h}.\frac{2\sqrt{x+h}+2\sqrt{x}}{2\sqrt{x+h}+2\sqrt{x}}$

$=\lim_{h\to 0}\frac{2(x+h-x)}{h(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}=\lim_{h\to 0}\frac{2\cancel{h}}{\cancel{h}(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}=$

$=\lim_{h\to 0}\frac{2}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}=\frac{2}{2\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{x}}$

Sol.- f(x)= $2\sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$

447.- $f'(x) = \lim_{h\to 0} \dfrac{\sqrt{2(x+h)} - \sqrt{2x}}{h} =$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{2(x+h)} - \sqrt{2x}}{h} \cdot \frac{\sqrt{2(x+h)} + \sqrt{2x}}{\sqrt{2(x+h)} + \sqrt{2x}}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{2(x+h) - 2x}{h(\sqrt{2(x+h)} + \sqrt{2x})} = \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{2x} + 2\cancel{h} - \cancel{2x}}{\cancel{h}(\sqrt{2(x+h)} + \sqrt{2x})}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{2}{\sqrt{2(x+h)} + \sqrt{2x}} = \frac{2}{2\sqrt{2x}} = \frac{1}{\sqrt{2x}}$$

Sol.- $f(x) = \sqrt{2x} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x}}$

448.- $f'(x) = \lim_{h\to 0} \dfrac{\sqrt{x+h+1} - \sqrt{x+1}}{h} =$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{x+h+1} - \sqrt{x+1}}{h} \cdot \frac{\sqrt{x+h+1} + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+h+1} + \sqrt{x+1}}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{x+h+1-(x+1)}{h(\sqrt{x+h+1} + \sqrt{x+1})} = \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{h}}{\cancel{h}(\sqrt{x+h+1} + \sqrt{x+1})}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{1}{\sqrt{x+h+1} + \sqrt{x+1}} = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$$

Sol.- $f(x) = \sqrt{x+1} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}$

Sección XLVIII.- Verificar mediante la definición que:

455.- $\lim_{x\to 2}(3x-1) = 5$

456.- $\lim_{x\to 1} x = 1$

457.- $\lim_{x\to 4} x^2 = 16$

458.- $\lim_{x\to 2} 3x^2 = 12$

459.- $\lim_{x\to 1}(x^2 - 1) = 0$

460.- $\lim_{x\to 2}(x^2 + x) = 6$

Soluciones:

449. $|f(x) - L| = |(3x-1) - 5| = |3x - 1 - 5| = |3x - 6| =$

$= 3|x-2| < 5 \Rightarrow |x-2| < \dfrac{\xi}{3}.$ Basta tomar: $\delta = \dfrac{\xi}{3}$

450. $\left|f(x)-L\right|=\left|x-1\right|<\xi$ Basta tomar: $\delta=\xi$

451. $\left|f(x)-L\right|=\left|x^2-16\right|<\xi.$ Se tiene además:

$x^2-16=A(x-4)^2+B(x-4)+C$

$A(x^2-8x+16)+B(x-4)+C$

$Ax^2-8Ax+16A+Bx-4B+C$

$Ax^2+(-8A+B)x+(16A-4B+C)\Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l} A=1 \\ -8A+B=0 \\ 16A-4B+C=-16 \end{array}\right|$ $\Rightarrow$ A=!, B=8, C=0. Luego

$x^2-16=(x-4)^2+8(x-4),$ de donde:

$\left|x^2-16\right|\le\left|x-4\right|^2+8\left|x-4\right|.$ aceptando que:

$0<\left|x-4\right|<\delta,$ con: $0<\delta<1,$ se tiene:

$\left|x^2-16\right|<\delta^2+8\delta<\delta+8\delta=\xi\Rightarrow 9\delta=\xi\Rightarrow$

$\delta=\frac{\xi}{9}.$ Basta tomar: $\delta=\min\left\{1,\frac{\xi}{9}\right\}$

452.- $\left|f(x)-L\right|=\left|3x^2-12\right|<\xi.$ Se tiene además:

$3x^2-12=A(x-2)^2+B(x-2)+C$

$=A(x^2-4x+4)+Bx-2B+C$

$=Ax^2-4Ax+4A+Bx-2B+C$

$=Ax^2+(-4A+B)x+(4A-2B+C)\Rightarrow$

$\left.\begin{array}{l} A=3 \\ -4A+B=0 \\ 4A-2B+C=-12 \end{array}\right|$ $\Rightarrow A=3, B=12, C=0.$ Luego:

$\left|3x^2-12\right|\le 3\left|x-2\right|^2+12\left|x-2\right|.$ aceptando que

$0<\left|x-2\right|<\delta, con: 0<\delta<1,$ se tiene:

$\left|3x^2-12\right|<3\delta^2+12\delta=\xi\Rightarrow 15\delta=\xi$

$\Rightarrow\delta=\frac{\xi}{15}.Basta-tomar:\delta=\min\left\{1,\frac{\xi}{15}\right\}$

453.- $\left|f(x)-L\right|=\left|(x^2-1)-0\right|=\left|x^2-1\right|<\delta$ se tiene:

$$x^2 - 1 = A(x-1)^2 + B(x-1) + C$$

$$= A(x^2 - 2x + 1) + B(x-1) + C$$

$$= Ax^2 - 2Ax + A + Bx - B + C$$

$$= Ax^2 + (-2A + B)x + (A - B + C) \Rightarrow$$

$\left.\begin{array}{l} A = 1 \\ -2A + B = 0 \\ A - B + C = -1 \end{array}\right| \Rightarrow$ A=1, B=2, C=0. Luego:

$$x^2 - 1 = (x-1)^2 + 2(x-1)$$

$\left|x^2 - 1\right| = \left|x-1\right|^2 + 2\left|x-1\right|$. aceptando que:

$0 < \left|x-1\right| < \delta, con: 0 < \delta < 1,$ se tiene:

$$\left|x^2 - 1\right| < \delta^2 + 2\delta < \delta + 2\delta = \xi \Rightarrow 3\delta = \xi \Rightarrow \delta = \frac{\xi}{3}$$

Basta tomar: $\delta = \min\left\{1, \frac{\xi}{3}\right\}$

454.- $\left|f(x) - L\right| = \left|x^2 + x - 6\right| < \delta.$ se tiene además:

$$x^2 + x - 6 = A(x-2)^2 + B(x-2) + C$$

$$A(x^2 - 4x + 4) + Bx - 2B + C$$

$$Ax^2 - 4Ax + 4A + Bx - 2B + C$$

$$Ax^2 + (-4A + B)x + (4A - 2B + C) \Rightarrow$$

$\left.\begin{array}{l} A = 1 \\ -4A + B = 1 \\ 4A - 2B + C = -6 \end{array}\right| \Rightarrow A = 1, B = 5, C = 0. Luego:$

$$x^2 + x - 6 = (x-2)^2 + 5(x-2)$$

$\left|x^2 + x - 6\right| \leq \left|x-2\right|^2 + 5\left|x-2\right|.$ aceptando que:

$0 < \left|x-2\right| < \delta,$ con $0 < \delta < 1,$ se tiene:

$$\left|x^2 + x - 6\right| < \delta^2 + 5\delta < \delta + 5\delta = \xi \Rightarrow 6\delta = \xi \Rightarrow$$

$\delta = \frac{\xi}{6}.$ Basta tomar: $\delta = \min\left\{1, \frac{\xi}{6}\right\}$

Sección IL.- Verificare n base a la definición: $\xi, \delta, que:$

455.- $\lim_{x\to 1}(2x^2-x-1)=0$

460.- $\lim_{x\to 1}(ax^2+x)=a+1$

461.- $\lim_{x\to 2}(x^2-2x+1)=1$

462.- $\lim_{x\to 0}(ax+b)=b$

Soluciones

455.- $|f(x)-L|=|2x^2-x-1|<\xi.$ De donde:

$$2x^2-x-1=A(x-1)^2+B(x-1)+C$$

$$=A(x^2-2x+1)+Bx-B+C$$

$$=Ax^2-2Ax+A+Bx-B+C$$

$$=Ax^2+(-2A+B)x+(A-B+C)\Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} A=2 \\ -2A+B=-1 \\ A-B+C=-1 \end{array}\right| \Rightarrow A=2, B=3, C=0. Luego:$$

$$2x^2-x-1=2(x-1)^2+3(x-1)$$

$|2x^2-x-1|\le 2|x-1|^2+3|x-1|.$ aceptando que:

$0<|x-1|<\delta, con: 0<\delta<1,$ se tiene:

$$|2x^2-x-1|<2\delta^2+3\delta<2\delta+3\delta=\xi\Rightarrow 5\delta=\xi\Rightarrow$$

$\delta=\frac{\xi}{5}.$ Basta tomar: $\delta=\min\left\{1,\frac{\xi}{5}\right\}$

456.- $|f(x)-L|=|ax^2+x-a-1|<\xi.$ de donde:

$$ax^2+x-a-1=A(x-1)^2+B(x-1)+C$$

$$=A(x^2-2x+1)+B(x-1)+C$$

$$=Ax^2-2Ax+A+Bx-B+C$$

$$=Ax^2+(-2A+B)x+(A-B+C)\Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} A=a \\ -2A+B=1 \\ A-B+C=-a-1 \end{array}\right| \Rightarrow A=a, B=1+2a, C=0$$

$$ax^2+x-a-1=a(x-1)^2+(1+2a)(x-1)$$

$$|ax^2+x-a-1|\le|a||x-1|^2+|1+2a||x-1|$$

aceptando $0<|x-1|<\delta, con: 0<\delta<1:$

$|ax^2+x-a-1|<|a|\delta^2+|1+2a|\delta$

$<|a|\delta+|1+2a|\delta=\xi$

Suponiendo $a>0,$ se tiene:

$a\delta+(1+2a)\delta=\xi$

$a\delta+\delta+2a\delta=\xi$

$3a\delta+\delta=\xi$

$\delta=\dfrac{\xi}{(3a+1)}$

Basta tomar: $\delta=\min\left\{1,\dfrac{\xi}{(3a+1)}\right\}$

457.- $|f(x)-L|=|x^2-2x+1-1|=|x^2-x|<\xi.$ De donde:

$x^2-2x=A(x-2)^2+B(x-2)+C$

$=A(x^2-4x+4)+Bx-2B+C$

$=Ax^2+(-4+B)x+(4A-2B+C)\Rightarrow$

$$\left.\begin{array}{l} A=1 \\ -4A+B=-2 \\ 4A-2B+C=0 \end{array}\right| \Rightarrow A=1, B=2, C=0$$

$x^2-2x=(x-2)^2+2(x-2)$

$|x^2-2x|\le|x-2|^2+2|x-2|$

$0<|x-2|<\delta, con: 0<\delta<1,$ se tiene:

$|x^2-2x|<\delta^2+2\delta<\delta+2\delta=\xi\Rightarrow 3\delta=\xi\Rightarrow\delta=\dfrac{\xi}{3}$

Basta tomar: $\delta=\min\left\{1,\dfrac{\xi}{3}\right\}$

458.- $|f(x)-L|=|ax+b-b|=|ax|<\xi\Rightarrow|a||x|<\xi\Rightarrow$

$|x|<\dfrac{\xi}{|a|}\Rightarrow|x-0|<\dfrac{\xi}{|a|}.$ Basta tomar:

$$\delta = \frac{\xi}{|a|}$$

Sección L.- Demostrar en base a las definiciones respectivas que:

459.- $\lim\limits_{x \to 3} \frac{2}{x-3} = \infty$

460.- $\lim\limits_{x \to a} \frac{b}{x-b} = \infty, b > 0$

461.- $\lim\limits_{x \to \frac{1}{2}} \frac{5}{2x-1} = \infty$

462.- $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{tx+1}{x} = c$

463.- $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{cx+a}{x} = c$

464.- $\lim\limits_{x \to \infty} x = \infty$

Soluciones:

459.- $f(x) = \frac{2}{x-3}, a = 3.$ sea N>0, tal que:

$\left|\frac{2}{x-3}\right| > N \Rightarrow \left|\frac{x-3}{2}\right| < \frac{1}{N} \Rightarrow \frac{|x-3|}{2} < \frac{1}{N} \Rightarrow \Rightarrow |x-3| < \frac{2}{N}.$ Basta tomar: $\delta = \frac{2}{N}$

para que se verifique: $|x-3| < \frac{2}{N} \Rightarrow \left|\frac{2}{x-3}\right| > N$

460.- $f(x) = \frac{b}{x-b}, a = b.$ Sea N>0, tal que:

$$\left|\frac{b}{x-b}\right| > N \Rightarrow \left|\frac{x-b}{b}\right| < \frac{1}{N} \Rightarrow \frac{|x-b|}{|b|} < \frac{1}{N} \Rightarrow$$

$\Rightarrow |x-b| < \frac{|b|}{N} \Rightarrow |x-b| < \frac{b}{N}.$ Basta tomar: $\delta = \frac{b}{N}$, para que verifique: $|x-b| < \frac{b}{N} \Rightarrow \left|\frac{b}{x-b}\right| > N$

461.- $\left|\frac{5}{2x-1}\right| > N \Rightarrow \left|\frac{2x-1}{5}\right| < \frac{1}{N} \Rightarrow |2x-1| < \frac{5}{N}$

$\Rightarrow \left|x - \frac{1}{2}\right| < \frac{5}{N} \Rightarrow \left|x - \frac{1}{2}\right| < \frac{5}{2N}.$ Basta tomar: $\delta = \frac{5}{2N}$

Para que verifique la definición correspondiente.

462.- $f(x) = \frac{cx+1}{x}, L = C; |f(x) - L| < \xi \Rightarrow$

$$\left|\frac{Cx+1}{x}-C\right|=\left|\frac{\cancel{Cx}+1-\cancel{Cx}}{x}\right|<\xi\Rightarrow\left|\frac{1}{x}\right|<\xi\Rightarrow$$

$|x|>\frac{1}{\xi}$. Basta tomar: $M=\frac{1}{\xi}$, para que se verifique:

$|x|>M\Rightarrow|f(x)-L|<\xi$

463.- $f(x)=\frac{cx+a}{x}, L=C; \left|\frac{Cx+a}{x}-C\right|<\xi\Rightarrow$

$$\left|\frac{\cancel{Cx}+a-\cancel{Cx}}{x}\right|<\xi\Rightarrow\left|\frac{a}{x}\right|<\xi\Rightarrow\left|\frac{x}{a}\right|>\frac{1}{\xi}\Rightarrow$$

$|x|>\frac{|a|}{\xi}$. Basta tomar: $M=\frac{|a|}{\xi}$, para que se verifique: $|x|>M\Rightarrow|f(x)-L|<\xi$

464.- $f(x)=x; |f(x)|>N\Rightarrow|x|>N.$ Basta tomar M=N, para que se verifique: $|x|>M\Rightarrow|f(x)|>N$

Sección LI.- Calcular:

465.- $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+2x-1}{x^3+5x^2+x}$

466.- $\lim_{x\to 0}\frac{3x^2+2x-1}{x^3+5x^2+x}$

467.- $\lim_{x\to -1}\frac{3x^2+2x-1}{x^3+5x^2+x}$

468.- $\lim_{x\to 1}\frac{3x^2+2x-1}{x^3+5x^2+x}$

Soluciones:

465.- $\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+2x-1}{x^3+5x^2+x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\cancel{\frac{3}{x}}^{0}+\cancel{\frac{2}{x^2}}^{0}-\cancel{\frac{1}{x^3}}^{0}}{1+\cancel{\frac{5}{x}}^{0}+\cancel{\frac{1}{x^2}}^{0}}=0$

466.- $\lim_{x\to 0}\frac{3x^2+2x-1}{x^3+5x^2+x}=-\infty$

467.- $\lim_{x\to -1}\frac{3x^2+2x-1}{x^3+5x^2+x}=0$

468.- $\lim_{x\to 1}\frac{3x^2+2x-1}{x^3+5x^2+x}=\frac{4}{7}$

Sección LII.- Sea la función: f(x)= $\frac{|x+10|}{x+10}$. Obtener:

469.- $\lim_{x\to -10^-} f(x)$

470.- $\lim_{x\to 10^-} f(x)$

471.- $\lim_{x\to -10} f(x)$

472.- $\lim_{x\to 0^-} f(x)$

473.- $\lim_{x\to 0^+} f(x)$

474.- $\lim_{x\to 0} f(x)$

475.- $\lim_{x\to 10^-} f(x)$

476.- $\lim_{x\to 10^+} f(x)$

477.- $\lim_{x\to 10} f(x)$

478.- $\lim_{x\to -\infty} f(x)$

479.- $\lim_{x\to +\infty} f(x)$

Soluciones:

469.- $x\to -10^- \Rightarrow x+10\to 0^-\, y\, |x+10|\to 0^+ \Rightarrow$

$\frac{|x+10|}{x+10}\to -1 \therefore \lim_{x\to -10^-} f(x) = -1$

470.- $x\to -10^+ \Rightarrow x+10\to 0^+\, y\, |x+10|\to 0^+ \Rightarrow$

$\frac{|x+10|}{x+10}\to 1 \therefore \lim_{x\to -10^+} f(x) = 1$

471.- De (469) y (470) se concluyo que no existe $\lim_{x\to -10} f(x)$

472.- $x\to 0^- \Rightarrow x+10\in R^+ \Rightarrow \frac{|x+10|}{x+10}\to 1$

$\therefore \lim_{x\to 0^-} f(x) = 1$

473.- $x\to 0^+ \Rightarrow x+10\in R^+ y\, |x+10|\in R^+ \Rightarrow \frac{|x+10|}{x+10}\to 1$

$\therefore \lim_{x\to 0^+} f(x) = 1$

474.- De (472) y (473) se concluye que: $\lim_{x\to 0} f(x) = 1$

475.- De lo anterior se tiene que, para todo $x\in R : x > -10 \Rightarrow \frac{|x+10|}{x+10} = 1,$ de donde: $\lim_{x\to 10^-} f(x) = 1$

476.- Ídem: $\lim_{x \to 10^+} f(x) = 1$

477.- De (475) y (476): Ídem: $\lim_{x \to 10} f(x) = 1$

478.- De (475), para todo $x \in R : x < -10 \Rightarrow$

$\frac{|x+10|}{x+10} = -1,$ de donde: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -1$

479.- De (475): $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 1$

AUTOEVALUACION # 3 LIMITES DE FUNCIONES

480.- Dado f, tal que: $f(x) = x^3$. se admite que el valor del: $\lim_{x \to 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$, es un entero:

a) negativo
b) par
c) impar
d) primo
e) Ninguna del las anteriores

481.- Sea g, tal que: con las siguientes proposiciones

I) $\lim_{x \to 1^+} g(x) = 3$

II) $\lim_{x \to 1^-} g(x) = 5$

III) $\lim_{x \to 1} g(x)$ no existe

Se puede concluir que son falsas:

a) sólo I
b) sólo II
c) sólo III
d) sólo I y II
e) Todas son verdaderas

482.- El valor de: $\lim_{x \to -3} \frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{3}}{3}, es:$

a) 0
b) x $\sqrt{3}$
c) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ r
d) $\sqrt{3}$
e) Ninguna del las anteriores

483.- Sea f, tal que: $f(x) = -\frac{2}{x}$. Se tiene que: $\lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}, es:$

a) ∞ b) $\frac{0}{0}$

c) 0 d) $-\frac{2}{x^2}$

e) Ninguna del las anteriores

484.- El valor de: $\lim_{h\to 0}\frac{2sen\frac{h}{2}}{h}, es:$

a) 2 b) $\frac{0}{0}$

c) 0 d) ∞

e) Ninguna del las anteriores

485.- El valor de: $\lim_{x\to 8}\frac{x^2-64}{\ln e^{x-8}}, es:$

a) 0 b) ∞

c) 16 d) -16

e) Ninguna del las anteriores

486.- Dado un $\xi > 0$ arbitrario, ¿cuál es el δ que verifica:

"$0<|x-1|<\delta \Rightarrow |f(x)-4|<\xi$" en la demostración de: $\lim_{x\to 1}(x^2+3x)=4$?

a) $\delta = \xi$ b) $\delta = \frac{\xi}{6}$

c) $\delta = 6\xi$ d) $\delta = 1$

e) Ninguna del las anteriores

487.- Para la definición de: $\lim_{x\to a} f(x)=L,$ se tiene las siguientes proposiciones:

I) Para todo δ mayor que cero, existe al menos un ξ mayor que cero, tal que: $0<|x-a|<\delta \Rightarrow |f(x)-L|<\xi$

II) Para todo ξ mayor que cero, existe al menos un δ mayor que cero, tal que:"para algunos x", se cumple: $0<|x-a|<\delta \Rightarrow |f(x)-L|<\xi$

III) Para todo ξ mayor que cero, existe al menos un δ mayor que cero, tal que: “para todo x”, se cumple: $0<|x-a|<\delta \Rightarrow |L-f(x)|<\xi$

Se admiten como proposiciones VERDADERAS:

a) sólo I b) sólo II

c) sólo III d) sólo I y II

e) Ninguna del las anteriores

488.- Dado un ξ>0 arbitrario ¿cuál ese l δ que verifica:

“$0<|x-2|<\delta \Rightarrow |f(x)+11|<\xi$” en la demostración de: $\lim_{x\to 2}(-7x+3)=-11$?

a) $\delta=\dfrac{\xi}{-7}$ b) $\delta=\dfrac{\xi}{7}$

c) $\delta=\xi$ d) $\delta=\dfrac{\xi}{11}$

e) Ninguna del las anteriores

489.- Sea f, tal que: $f(x)=e^{\frac{1}{x}}$.cuando $x\to 0^-$, Se verifica que: $\lim_{x\to 0^-} f(x), es$

a) 0 b) $-\infty$

c) $+\infty$ d) e

e) Ninguna del las anteriores

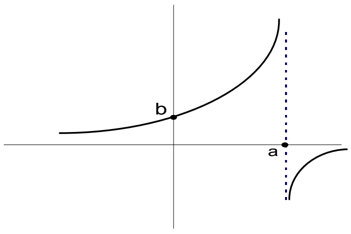
490.- Sea g, talque: $g(x)=\dfrac{|x-\pi|}{x-\pi}$. Cuando $x\to\pi^-$, se verifica que: $\lim_{x\to\pi^-} g(x), es:$

a) $\dfrac{0}{0}$ b) -1

c) 1 d) ∞

e) Ninguna del las anteriores

491.- Examinando la gráfica que se



adjunta, está

permite concluir que:

a) $\lim_{x \to 0^-} f(x) = b$ b) $\lim_{x \to a^-} f(x) = -\infty$

c) $\lim_{x \to a^+} f(x) = +\infty$ d) $\lim_{x \to 0^+} f(x) = 0$

e) Ninguna del las anteriores

492.- Dadas las siguientes proposiciones:

I) f puede admitir dos límites diferentes par aun mismo punto.

II) si f no está definida en un punto, no tiene límite en tal punto

III) si f está definida en un punto, tiene límite en tal punto

Se aceptan como VERDADERAS:

a) sólo II b) sólo III

c) sólo I y II d) sólo II y III

e) Ninguna es verdadera

493.- Sea g, tal que: $g(x) = \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$.si $x \to 1,$ se tiene que: $\lim_{x \to 1} g(x), es$:

a) $\dfrac{0}{0}$ b) No tiene límite

c) 1 d) $\dfrac{1}{2}$

e) Ninguna de las anteriores

494.- Sea h, tal que: $h(x) = \dfrac{2-3x+x^2}{x^2-3x-2}$. si $x \to \infty$ se tiene que: $\lim_{x \to 0} h(x), es:$

a) -1 b) 1

c) ∞ d) $\dfrac{\infty}{\infty}$

e) Ninguna de las anteriores

495.- Sea g, tal que: $g(x) = |1-x| - |x|$. si $x \to 2,$ entonces: $\lim_{x \to 2} g(x), es:$

a) -3 b) 0

c) -1 d) No tiene límite

e) Ninguna de las anteriores

496.- Sea h, tal que: $h(x)=\frac{|x|}{x}.si; x\rightarrow 0,$ entonces: $\lim_{x\rightarrow 0} h(x), es:$

a) $\frac{0}{0}$ b) 0

c) -1 d) 1

e) Ninguna de las anteriores

497.- Sea f, tal que: $f(x)=\frac{x^3-125}{x+5}.si; x\rightarrow 5,$ se tiene que: $\lim_{x\rightarrow -5} f(x), es:$

a) No tiene límite b) ∞

c) 0 d) 25

e) Ninguna de las anteriores

498.- Sea g, tal que: $g(x)=\frac{1+\cos x}{senx}.si; x\rightarrow \pi,$ se tiene que: $\lim_{x\rightarrow \pi} g(x), es:$

a) $\frac{0}{0}$ b) ∞

c) 0 d) $\frac{1}{2}$

e) Ninguna de las anteriores

499.- El valor de: $\lim_{x\rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1-senx}{\cos^2 x}, es:$

a) $\frac{1}{2}$ b) 0

c) $\frac{0}{0}$ d) ∞

e) Ninguna de las anteriores

500.- El valor de: $\lim_{x\rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1-senx}{\cos^2 x}, es$

a) 0 b) ∞

c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{2}$

e) Ninguna de las anteriores

501.- El valor de: $\lim_{x\rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2}, es:$

a) ∞ b) 0

c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{2}$

e) Ninguna de las anteriores

502.- El valor de: $\lim_{x \to 2} 4^{\frac{2x}{x+1}}, es:$

a) 1 b) $4\sqrt[3]{4}$

c) 0 d) ∞

e) Ninguna de las anteriores

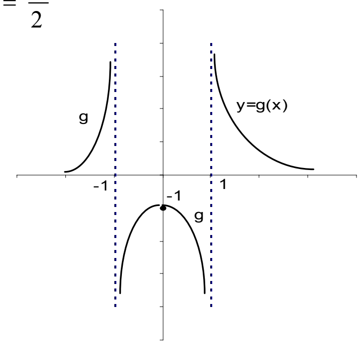
503.- Sea $\lim_{x \to 2} 2x = 4$; dado $\xi = \frac{1}{4}$, un valor adecuado para δ, tal que este verifique la definición, es:

a) $\delta = 4$ b) $\delta = \frac{1}{4}$

c) $\delta = \frac{1}{8}$ d) $\delta = \frac{1}{2}$

e) Ninguna de las anteriores

504.- De la gráfica que se adjunta, se puede inferir que:



a) $\lim_{x \to 0^-} g(x) \neq \lim_{x \to 0^+} g(x)$ b) $\lim_{x \to 1^-} g(x) = \lim_{x \to 1^+} g(x)$

c) $\lim_{x \to -1^-} g(x) = \lim_{x \to -1^+} g(x)$ d) $\lim_{x \to 0} g(x) = -1$

e) Ninguna de las anteriores

505.- El valor de: $\lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{2}}{x - 2}, es:$

a) x+2 b) x-2

c) $\frac{0}{0}$ d) ∞

e) Ninguna de las anteriores

506.- El valor de $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 - 8}{x - 1}, es:$

a) 1 b) No existe

c) $-\infty$ d) 3

e) Ninguna de las anteriores

507.- Aplicando la definición del imite, se completa la proposición siguiente:

$"0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < ----"$con

a) x_0 b) δ

c) $|x - x_0|$ d) $\xi + \delta$

e) Ninguna de las anteriores

508.- Una forma equivalente a: $x_0 - \delta \le x \le x_0 + \delta, es:$

a) $x \in [x_0 - \delta, x_0 + \delta]$ b) $x \in [x_0 - \delta, x_0 + \delta[$

c) $x \in]x_{0,} x + x_0[$ d) $x \in]-\delta, \delta[$

e) Ninguna de las anteriores

SOLUCIONES A LA AUTOEVALUACION # 3:

480.- c	481.- e	482.- d	483.- e
484.- e	485.- c	486.- e	487.- c
488.- b	489.- a	490.- b	491.- a
492.- e	493.- d	494.- b	495.- c
496.- e	497.- b	498.- c	499.- a
500.- c	501.- c	502.- b	503.- c
504.- d	505.- e	506.- c	507.- e
508.- a			

SOLUCIONARIO DESARROLLADO DE LA AUTOEVALUACION # 3

480.- $\lim_{x\to 3}\frac{x^3-3^3}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{\cancel{(x-3)}\left(x^2+3x+9\right)}{\cancel{(x-3)}}=$

$\lim_{x\to 3}\left(x^2+3x+9\right)=27$ (c)

481.- $1^+>1;\lim_{x\to 1^+}g(x)=\lim_{x\to 1^+}(2x-1)=3 \quad (V)$

$1^-<1;\lim_{x\to 1^-}g(x)=\lim_{x\to 1^-}(2x^2+3)=5 \quad (V)$

$\therefore \nexists \lim_{x\to 1}g(x) \quad (V) \quad (e)$

482.- $\lim_{x\to -3}\frac{3\sqrt{3}}{3}=\lim_{x\to -3}\sqrt{3}=\sqrt{3} \quad (d)$

483.- $\lim_{h\to 0}\frac{\frac{-2}{x+h}+\frac{2}{x}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{-2x+2(x+h)}{x(x+h)}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{-\cancel{2x}+\cancel{2x}+2\cancel{h}}{x\cancel{h}(x+h)}=$

$\lim_{h\to 0}\frac{2}{x(x+h)}=\frac{2}{x^2}(e)$

492.- $\lim_{h\to 0}\frac{2sen\frac{h}{2}}{2\frac{h}{2}}=\lim_{h\to 0}\frac{sen\frac{h}{2}}{\frac{h}{2}}=1 \quad (e)$

485.- $\lim_{x\to 8}\frac{x^2-64}{x-8}=\lim_{x\to 8}\frac{(x+8)\cancel{(x-8)}}{\cancel{(x-8)}}=\lim_{x\to 8}(x+8)=16 \quad (c)$

486.- $|f(x)-L|=\left|x^2-3x-4\right|<\xi.$ ahora bien:

$x^2+3x-4=A(x-1)^2+B(x-1)+C$

$=A(x^2-2x+1)+Bx-B+C$

$=Ax^2-2Ax+A+Bx-B+C$

$=Ax^2+(-2A+B)x+(A-B+C),$ de donde:

$\left.\begin{array}{l}A=1\\-2A+B=3\\A-B+C=-4\end{array}\right| \Rightarrow A=1,B=5,C=0,$ esto es:

$x^2+3x-4=(x-1)^2+5(x-1)\Rightarrow$

$\left|x^2+3x-4\right|\le|x-1|^2+5|x-1|.$ aceptando que:

$0 < |x-1| < \delta, con: 0 < \delta < 1,$ se tiene:

$|x^2+3x-4| < \delta^2 + 5\delta < \delta + 5\delta = \xi \Rightarrow 6\delta = \xi \Rightarrow \delta = \dfrac{\xi}{6}$

Basta tomar: $\delta = \min\left\{1, \dfrac{\xi}{6}\right\} \quad (e)$

487.- I) Falsa: "para todo δ... existe almenos un ξ..." y ver la formula.

II) Falsa: "para algunos x"…

III) Verdadera: $|a-x| = |x-a|; |f(x)-L| = |L-f(x)| \quad (c)$

488.- $\delta = \dfrac{\xi}{|m|} \Rightarrow \delta = \dfrac{\xi}{|7|} \Rightarrow \delta = \dfrac{\xi}{7} \quad (b)$

490.- $x \to 0^- \Rightarrow \dfrac{1}{x} \to -\infty \Rightarrow -\dfrac{1}{x} \to \infty \Rightarrow e^{-\frac{1}{x}} \to \infty \Rightarrow$

$\dfrac{1}{e^{-\frac{1}{x}}} \to 0 \Rightarrow e^{\frac{1}{x}} \to 0 \quad (a)$

490.- $x \to \pi^- \Rightarrow x-\pi \to 0^- \, y \, |x-\pi| \to 0^+ \Rightarrow \dfrac{|x-\pi|}{x-\pi} \to -1 \quad (b)$

491.- De la figuras e admite que:

$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = b; \lim\limits_{x\to a^-} f(x) = +\infty; \lim\limits_{x\to a^+} f(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = b (a)$

492.-Falsa:"dos límites diferentes"

II) Falsa:"no está definida" implica "no tiene límite"

III) Falsa:"está definida" implica "tiene límite"… (e)

493.- $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\cancel{\sqrt{x}-1}}{\cancel{\left(\sqrt{x}-1\right)}\left(\sqrt{x}+1\right)} = \lim\limits_{x\to 1} \dfrac{1}{\sqrt{x}+1} = \dfrac{1}{2} \quad (d)$

494.- $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\cancel{\dfrac{2}{x^2}}^{0} - \cancel{\dfrac{3}{x}}^{0} + 1}{1 - \cancel{\dfrac{3}{x}}^{0} - \cancel{\dfrac{2}{x^2}}^{0}} = 1 \quad (b)$

495.- $\lim\limits_{x\to 2}\left(|1-x| - |x|\right) = \lim\limits_{x\to 2}|1-x| - \lim\limits_{x\to 2}|x| = 1-2 = -1 \quad (c)$

496.- $\lim\limits_{x\to 0^+} h(x) = 1, \lim\limits_{x\to 0^-} h(x) = -1 \Rightarrow \nexists \lim\limits_{x\to 0} h(x) \quad (e)$

497.- $\begin{matrix} x \to -5 \Rightarrow x^3 - 125 \to -250 \\ x \to -5 \Rightarrow x + 5 \to 0 \end{matrix} \Rightarrow \lim_{x \to -5} f(x) = \infty \quad (b)$

498.- $g(x) = \frac{1+\cos x}{senx} . \frac{1-\cos x}{1-\cos x} = \frac{1-\cos^2 x}{senx(1-\cos x)} = \frac{\cancel{sen^2} x}{\cancel{senx}(1-\cos x)} =$ $senx \neq 0$

$= \frac{senx}{1-\cos x} \therefore \lim_{x \to \pi} g(x) = \lim_{x \to \pi} \frac{senx}{1-\cos x} = 0 \quad (c)$

499.- $\frac{1-senx}{\cos^2 x} = \frac{1-senx}{\cos^2 x} . \frac{1+senx}{1+senx} = \frac{1-sen^2 x}{\cos^2 x(1+senx)} =$

$\frac{\cancel{\cos^2} x}{\cancel{\cos^2} x(1+senx)} = \frac{1}{1+senx} \therefore \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{1-senx}{\cos^2 x} =$

$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{1}{1+senx} = \frac{1}{1+sen\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{2} \quad (a)$

500.- $\lim_{h \to \infty} \frac{1 - \cancel{\frac{1}{h}}^0 + \cancel{\frac{1}{h^2}}^0}{3 - \cancel{\frac{5}{h}}^0 + \cancel{\frac{2}{h^2}}^0} = \frac{1}{3} \quad (c)$

501.- $\frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2} . \frac{\sqrt{x^2+5}+3}{\sqrt{x^2+5}+3} = \frac{x^2+5-9}{(x-2)\left(\sqrt{x^2+5}+3\right)} =$

$= \frac{x^2-4}{(x-2)\left(\sqrt{x^2+5}+3\right)} = \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{\cancel{(x-2)}\left(\sqrt{x^2+5}+3\right)} =$

$x \neq 2$

$= \frac{x+2}{\sqrt{x^2+5}+3} \therefore \lim_{x \to 2} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2} =$

$= \lim_{x \to 2} \frac{x+2}{\sqrt{x^2+5}+3} = \frac{4}{3+3} = \frac{2}{3} \quad (c)$

502.- $\lim_{h \to 2} 4^{\frac{2x}{x+1}} = 4^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{4^4} = 4\sqrt[3]{4} \quad (b)$

503.- $|2x-4| < \xi \Rightarrow |2(x-2)| < \xi \Rightarrow 2|x-2| < \xi \Rightarrow$

$|x-2| < \frac{\xi}{2}$. Basta tomar: $\delta = \frac{\xi}{2}$, o sea: $\delta = \frac{1}{8}$

504.- $\lim_{x \to 0^-} g(x) = -1$

505.- $\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x-2}\cdot\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{2}}{\sqrt{x}+\sqrt{2}}=\dfrac{\cancel{x-2}}{\cancel{(x-2)}\left(\sqrt{x}+\sqrt{2}\right)}=\dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{2}}\therefore$

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{2}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}(e)$$

506.- $\begin{matrix} x\to 1\Rightarrow x-1\to 0 \\ x\to 1\Rightarrow x^3-8\to -7 \end{matrix}\Rightarrow\dfrac{x^3-8}{x-1}\to-\infty\quad (c)$

507.- Para completar adecuadamente, falta: $\xi\quad(e)$

508.- Las desigualdades no estrictas infieren en un intervalo cerrado de extremos: $x_0-\delta, x_0+\delta\quad(a)$

Sección LIII.- Dada las funciones que se muestran a continuación, decida para que valores de x, ellas son continuas. En caso de discontinuidad, justifique su conclusión.

509.- $f(x) = senx$

510.- $f(x) = \frac{1}{x}$

511.- $f(x) = x^2$

512.- $f(x) = \frac{|x|}{x}$

513.- $f(x) = 2x+1$

514.- $f(x) = \frac{1}{x+2}$

515.- $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$

516.- $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$

517.- $f(x) = \sqrt{x}$

518.- $f(x) = \sqrt{x+1}$

519.- $f(x) = \sqrt{x^2+1}$

520.- $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

521.- $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$

522.- $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$

Soluciones:

509.- Continua en todo R

510.- Continua en R-{0}. La discontinuidad en x=0, por indefinición, (fb por existencia de $\lim_{x\to 0} f(x)$

511.- Continua en todo R

512.- Continua en R-{0}. La discontinuidad en x=0, por indefinición (fb por inexistencia de $\lim_{x\to 0} f(x)$

513.- Contínua en todo R

514.- Continua en R-{-2}. La discontinuidad en x=-2, por indefinición, (fb por inexistencia de $\lim_{x\to -2} f(x)$, o bien que $\lim_{x\to -2} f(x) = \infty$

515.- Continua en R-{-1,1}. La discontinuidad en x=-1, x=1, por indefinición, (fb por existencia del os limites respectivos, o bien con infinitos $\lim_{x\to -2} f(x)$, o bien que $\lim_{x\to -2} f(x) = \infty$

516.- Contínua en todo R

517.- Contínua en R_0^+ No está definida para valores de x, tales que $x \in R^-$

518.- Continua para $x \in [-1, \infty)$. No está f definida para valores de x, tales quex<-1

519.- Continua en todo R

520.- Continua en R^+ No está f definida para valores de x, tal que $x \in R_0^-$

521.- Continua en $x \in (-1, 0)$. No está definida para valores de x, tal que x≤-1

522.- Continua en todo R

Nota.- No olvidar que se trabaja en R

Sección LIV.- determinar la continuidad de las siguientes funciones, en el punto que se indica.

523.- $f(x) = \begin{cases} \dfrac{senx}{x}, si & x \neq 0 \\ 2, si & x = 0 \end{cases}$; en x=0

524.- $f(x) = \begin{cases} \left(\dfrac{senx}{x/2}\right)^2, si & x \neq 0 \\ 1 \quad ,si & x = 0 \end{cases}$; en x=0

525.- $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{senx}{x/2}\right), si & x \neq 0 \\ 1 \quad ,si & x = 0 \end{cases}$; en x=0

526.- $f(x) = \begin{cases} \dfrac{sen3x}{x}, si & x \neq 0 \\ 3 \quad ,si & x = 0 \end{cases}$; en x=0

527.- $f(x) = \begin{cases} \left(\dfrac{sen\sqrt{2}x}{x}\right)^2, si & x \neq 0 \\ 2 \quad ,si & x = 0 \end{cases}$; en x=0

528.- $f(x) = \begin{cases} x \quad ,si & x \leq 3 \\ 3 \quad ,si & x > 3 \end{cases}$; en x=3

529.- $f(x) = \begin{cases} 2x+1 \quad ,si & x < 0 \\ -x \quad ,si & x \geq 0 \end{cases}$; en x=0

530.- $f(x)=\begin{cases} x-1 & ,si \quad x<-1 \\ x^2 & ,si \quad x>-1 \end{cases}$; en x=-1

Soluciones:

523.- I) f(0)=2

ii) $\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{senx}{x}=1$

iii) $\lim_{x\to 0} f(x)\neq f(0)$

discontinua en x=0 (3^{era} *condición*)

524.- f (0)=1

ii) $\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\left(\frac{senx}{x/2}\right)^2=\left(\lim_{x\to 0}\frac{senx}{x/2}\right)^2=$

$=\left(\lim_{x\to 0}2\frac{senx}{x}\right)^2=\left(2\lim_{x\to 0}\frac{senx}{x}\right)^2=4$

iii) $\lim_{x\to 0} f(x)\neq f(0)$

discontinua en x=0(3^{era} *condición*

525.- I) f (0)=1

ii) $\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{1}{\cancel{2}}\frac{senx}{x/\cancel{2}}=\lim_{x\to 0}\frac{senx}{x}=1$

iii) $\lim_{x\to 0} f(x)=f(0)$

continua en x=0

526.- I)f (0)=3

ii) $\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\frac{sen3x}{x}=3$

iii) $\lim_{x\to 0} f(x)=f(0)$

continua en x=0

527.- I)f (0)=2

ii) $\lim_{x\to 0} f(x)=\lim_{x\to 0}\left(\frac{sen\sqrt{2}x}{x}\right)^2=\left(\lim_{x\to 0}\frac{sen\sqrt{2}x}{x}\right)^2=$

$=\left(\sqrt{2}\right)^2=2$

iii) $\lim_{x\to 0} f(x) = f(0)$

continua en x=0

528.- f (3)=3

ii) $\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^-} x = 3 \\ \lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^+} 3 = 3\end{array}\right. \Rightarrow \lim_{x\to 3} f(x) = 3$

iii) $\lim_{x\to 3} f(x) = f(3)$

continua en x=3

529.- f (0)=0

ii) $\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} 2x+1 = 1 \\ \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} (-x) = 0\end{array}\right. \Rightarrow \nexists \lim_{x\to 0} f(x)$

iii) $\lim_{x\to 0} f(x) = f(0)$

continua en x=0

530.- f (-1) no está definida.

discontinua en x=0 $(1^{era}\, condición)$

Sección LV.- De la sección anterior, se tiene que algunas funciones eran discontinuas por incumplimiento de alguna de las condiciones. Determine para ellas el tipo de discontinuidad y si estas fueran removibles, redefina convenientemente. Veamos:

531.- $f(x) = \begin{cases} \dfrac{senx}{x} & ,si \quad x \neq 0 \\ 2 & ,si \quad x = 0 \end{cases}$; Discontinua en x=0

532.- $f(x) = \begin{cases} \left(\dfrac{senx}{x/2}\right)^2 & ,si \quad x \neq 0 \\ 1 & ,si \quad x = 0 \end{cases}$; Discontinua en x=0

533.- $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & ,si \quad x < 0 \\ -x & ,si \quad x \geq 0 \end{cases}$; Discontinua en x=0

534.- $f(x) = \begin{cases} x-1 & ,si \quad x < -1 \\ x^2 & ,si \quad x > -1 \end{cases}$; Discontinua en x=-1

Soluciones:

531.- Discontinuidad removible, ya que existe el límite y este es finito. Redefinición:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{senx}{x} & ,si \quad x\neq 0\\ 1 & ,si \quad x=0\end{cases}$$

532.- Discontinuidad removible, análogo al anterior. Redefinición:

$$f(x)=\begin{cases}\left(\dfrac{senx}{x/2}\right)^2 & ,si \quad x\neq 0\\ 4 & ,si \quad x=0\end{cases}$$

533.- Discontinuidad inevitable dado que no existe el límite respectivo no admite redefinición para hacerla continua en tal punto

534.- Para decidir el tipo de discontinuidad, hay que examinar la

$$2^{dq}\,condición \begin{array}{l}\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^-}(x-1)=-2\\ \lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+} x^2=1\end{array} \Rightarrow \nexists \lim_{x\to -1} f(x)$$

Se concluye: discontinuidad no admite en x=-1

Sección LVI.- Determinar los intervalo sen que las siguientes funciones son continuas

535.- $f(x)=\begin{cases}x^2, si; x<3\\ 1, si; x=3\\ x, si; x>3\end{cases}$

536.- $f(x)=\begin{cases}x-3, si; x\in(-\infty,0)\\ 2, si; x\in[2,3)\\ x^2+1, si; x\in(3,\infty)\end{cases}$

537.- $h(x)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos^2 x}{x}, si; x\neq 0\\ \dfrac{1}{2}, si; x=0\end{cases}$

538.- $F(x)=\begin{cases}\dfrac{sen3x}{x}, si; x\neq 0\\ \dfrac{1}{3}, si; x=0\end{cases}$

539.- $G(x)=\begin{cases} \dfrac{x+1}{x^2-1}, x\in R-\{1,-1\} \\ \dfrac{1}{2}, x=-1 \\ 2, x=1 \end{cases}$

540.- $H(x)=\dfrac{x-3}{|x-3|}$

541.- $J(x)=a^{\frac{1}{x}}(a>0)$

542.- $L(x)=a^{-\frac{1}{x}}(a>0)$

543.- $H(x)=\begin{cases} x^3-2x+1, si; 1<x\le 2 \\ 2x^2-3, si; 2<x\le 3 \\ 3x, si; 3<x\le 4 \\ x^3-1, si; 4<x\le 5 \end{cases}$

Soluciones:

535.- I)f (3)=1

II) $\begin{matrix} \lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^-} x^2=9 \\ \lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^+} x=3 \end{matrix} \Rightarrow \nexists \lim\limits_{x\to 3} f(x)$

Discontinua en x=3.

Continua en $(-\infty,3)\cup(3,\infty)$

536.- Examinando: x=2

i) g (2)=2

ii) $\begin{matrix} \lim\limits_{x\to 2^-} g(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}(x-3)=-1 \\ \lim\limits_{x\to 2^+} g(x)=\lim\limits_{x\to 2^+} 2=2 \end{matrix} \Rightarrow \nexists \lim\limits_{x\to 2} g(x)$

Discontinua en x=2

Examinando: x=3

i) g (3) no está definida

Discontinua en x=3

Continua en: $(-\infty,2)\cup(2,3)\cup(3,\infty)$

537.- h (0)= $\frac{1}{2}$

ii) $\lim_{x\to 0} h(x) = \lim_{x\to 0} \frac{1-\cos^2 x}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{sen^2 x}{x} =$

$= \lim_{x\to 0} \frac{\cancel{senx}^{1}}{x} . \lim_{x\to 0} \cancel{senx}^{0} = 0$

iii) $= \lim_{x\to 0} h(x) \neq h(0)$

Discontinua en x=0

Continua en: $R - \{0\}$

538.- F (0)= $\frac{1}{3}$

ii) $\lim_{x\to 0} F(x) = \lim_{x\to 0} \frac{sen3x}{x} = 3$

iii) $= \lim_{x\to 0} F(x) \neq F(0)$

Discontinua en x=0

Continua en: $R - \{0\}$

539.- Examinando: x=-1

i) G (-1)= $\frac{1}{2}$

ii) $\lim_{x\to -1} G(x) = \lim_{x\to -1} \frac{x+1}{x^2-1} = \lim_{x\to -1} \frac{\cancel{x+1}}{\cancel{(x+1)}(x-1)} =$

$= \lim_{x\to -1} \frac{1}{x-1} = -\frac{1}{2}$

iii) $= \lim_{x\to 0} G(x) \neq G(-1)$

Discontinua en x=-1

Examinando: x=1

i) G (1)=2

ii) $\lim_{x\to 1} G(x) = \lim_{x\to 1} \frac{1}{x-1} = \infty$

Discontinua en x=-1

Continua en: $R - \{1, -1\}$

540.- Ejercicio análogo a anteriores. Su discontinuidad es en x=3

continua en: $(-\infty,3)\cup(3,\infty)$

541.- Discontinua en x=0

Continua en: $(-\infty,0)\cup(0,\infty)$

542.- Discontinua en x=0

Continua en: $R-\{0\}$

542.- Examinando: x=2

i) K (2)= $2^3-2.2+1=6$

ii) $\begin{matrix}\lim\limits_{x\to 2^-}K(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}(x^3-2x+1)=6\\ \lim\limits_{x\to 2^+}K(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}(2x^2-3)=5\end{matrix}\;\therefore \nexists \lim\limits_{x\to 2}K(x)$

iii) $=\lim\limits_{x\to 0}G(x)\neq G(-1)$

Discontinua en x=2

Examinando: x=3

i) K (3)= $2.3^2-3=15$

ii) $\begin{matrix}\lim\limits_{x\to 3^-}K(x)=\lim\limits_{x\to 3^-}(2x^2-3)=15\\ \lim\limits_{x\to 3^+}K(x)=\lim\limits_{x\to 3^+}3x=9\end{matrix}\;\Rightarrow \nexists \lim\limits_{x\to 3}K(x).Disc.$

Examinando: x=4

i) K (4)=3.4=12

ii) $\begin{matrix}\lim\limits_{x\to 4^-}K(x)=\lim\limits_{x\to 4^-}3x=12\\ \lim\limits_{x\to 4^+}K(x)=\lim\limits_{x\to 4^+}(x^3-1)=63\end{matrix}\;\Rightarrow \nexists \lim\limits_{x\to 4}K(x)$

Discontinua en x=-4

Continua en: $(1,2)\cup(2,3)\cup(3,4)\cup(4,5)$

Sección LVII.- Identifique el mayor subintervalo de R, donde fe s continua, si f está dada por:

563.- $f(x)=2x^{\frac{4}{5}}$

565.- $f(x)=\frac{1}{3}x^{\frac{1}{4}}$

567.- $f(x)=\frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}}$

569.- $f(x)=\frac{5}{4}x^{-\frac{2}{5}}$

571.- $f(x)=\frac{3}{7}x^{-\frac{1}{3}}$

573.- $f(x)=-\frac{2}{3}x^{-\frac{3}{4}}$

575.- $f(x)=-\frac{1}{4}x^{0}$

577.- $f(x)=\frac{2}{5}x^{\frac{3}{4}}+1$

579.- $f(x)=\frac{1}{2}x^{\frac{3}{5}}+5$

553.- $f(x)=2x^{-\frac{3}{5}}+\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}$

555.- $f(x)=\dfrac{x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}}{2}$

554.- $f(x)=x^{-\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}}$

Soluciones:

544.- $f(x)=2x^{\frac{4}{5}}=2(x^{4})^{\frac{1}{5}}$; Continua en todo R

545.- $f(x)=\frac{1}{3}x^{\frac{1}{4}}$; Continua en R_0^+

546.- $f(x)=\frac{2}{3}x^{\frac{2}{3}}=\frac{2}{3}(x^{2})^{\frac{1}{3}}$; Continua en todo R

547.- $f(x)=\frac{5}{4}x^{-\frac{2}{5}}=\frac{5}{4}(x^{-2})^{\frac{1}{5}}$; Continua en $R-\{0\}$

548.- $f(x)=\frac{3}{7}x^{-\frac{1}{3}}$; Continua en $R-\{0\}$

549.- $f(x)=-\frac{2}{3}x^{-\frac{3}{4}}=-\frac{2}{3}(x^{-3})^{\frac{1}{4}}$; Continua en R^+

550.- $f(x)=-\frac{1}{4}x^{0}=-\frac{1}{4}$; Continua en todo R

551.- $f(x)=\frac{2}{5}x^{\frac{3}{4}}+1=\frac{2}{5}(x^{3})^{\frac{1}{4}}+1$. Continua en R_0^+

552.- $f(x)=\frac{1}{2}x^{\frac{3}{5}}+5=\frac{1}{2}(x^{3})+\frac{1}{5}$. Contínua en R

553.- $f(x)=2x^{-\frac{3}{5}}+\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}=2(x^{-3})^{\frac{1}{5}}+\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}};(x^{-3})^{\frac{1}{5}}$

Contínua en R-{0}; $x^{\frac{1}{2}}$ Contínua en $R_0^+ \therefore$ f contínua en R^+

554.- $f(x)=x^{-\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{2}};x^{-\frac{1}{2}}$ contínua en R^{+}; $x^{\frac{1}{2}}$ contínua en R_0^{+} $\therefore$

f contínua en R^{+}

555.- Contínua en R^{+}

Sección LVIII.- Identifique los puntos de discontinuidad de f, si fe s:

556.- $f(x)=\begin{cases} 2x-1 & ,x<-2 \\ x+1 & ,-2\le x<0 \\ x^2 & ,0\le x<3 \\ 9 & ,x\ge 3 \end{cases}$

557.- $f(x)=\begin{cases} x^2-3 & ,x<-1 \\ -2 & ,-1\le x<0 \\ x-5 & ,0\le x<1 \\ \dfrac{x+1}{2} & ,1\le x<2 \end{cases}$

558.- $f(x)=\begin{cases} senx & ,0<x\le\dfrac{\pi}{4} \\ \cos x & ,\dfrac{\pi}{4}<x\le\dfrac{\pi}{2} \\ 0 & ,\dfrac{\pi}{2}<x\le\dfrac{3\pi}{4} \\ \dfrac{\sqrt{2}}{2} & ,\dfrac{3\pi}{4}<x\le\pi \end{cases}$

559.- $f(x)=\begin{cases} \dfrac{|x|}{x} & ,si \quad x>0 \\ \dfrac{|x|}{x} & ,si \quad x<0 \\ 1 & ,si \quad x=0 \end{cases}$

560.- $f(x)=[x] \quad ,x\in[-3,3]$

561.- $f(x)=\begin{cases} 1 & ,si \quad x\le 1 \\ 2 & ,si \quad 1<x\le 2 \\ 3 & ,si \quad 2<x\le 3 \\ 4 & ,si \quad 3<x\le 4 \\ 5 & ,si \quad 4<x\le 5 \end{cases}$

562.- $f(x)=\begin{cases} 1 & ,si \quad x\le 1 \\ x & ,si \quad 1<x\le 2 \\ x^2 & ,si \quad 2<x\le 3 \\ x^3 & ,si \quad x>3 \end{cases}$

Soluciones:

556.- Puntosa examinar: x=-2, x=0, x=3

a) X=-2; i) f (-2)=-2+1=-1; ii) $\lim_{x\to -2^+} f(x) = \lim_{x\to -2^+}(2x-1) = -5;$

$= \lim_{x\to -2^+} f(x) = \lim_{x\to -2}(x+1) = -1$

Discontinua en X=-2

b) x=0; i) f (0)= 0^2 =0; iii) $= \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-}(x+1) = 1; \lim_{x\to 0^+} f(x) =$

$\lim_{x\to 0^+} x^2 = 0;$ Contínua en x=0

c) x=3; i) f (3)=9; $\lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^-} x^2 = 9; \lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^+} 9 =$

$= 9 \therefore \lim_{x\to 3^+} f(x) = 9;$ iii) $= \lim_{x\to 3} f(x) = f(3);$ continua en x=3

Los puntos de discontinuidad son:

x=2, x=0. (Contínua en R-{-2,0})

557.- Puntos a examinar: x=-1, x=0, x=1

a) X=-1; i) f (-1)=-2; ii)

$\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^-}(x^2-3) = -2; \lim_{x\to -1^+} f(x) =$

$\lim_{x\to -1^+}(-2) = -2 \therefore$

$= \lim_{x\to -1} f(x) = -2; iii) \lim_{x\to -1} f(x) = f(-1);$

Continua en X=-1

b) X=0; i) f (0) = 0-5=-5, $ii) = \lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-}(-2) =$

$-2; \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}(x-5) = -5;$ discontinua en x=0

c) x=1; i) f (1)=$\frac{1+1}{2} = 1$; ii) $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-}(x-5) =$

$-4; \lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} \frac{x+1}{2} = 1;$

Discontinua en x=1

Los puntos de discontinuidad son:

x=0, x=1. (Contínua en $(-\infty, 2) - \{0,1\}$)

558.- Puntosa examinar: $x=\frac{\pi}{4}, x=\frac{\pi}{2}, x=3\frac{\pi}{4}$

a) $x=\dfrac{\pi}{4}$ $i) f(\frac{\pi}{4})=sen\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2};\ ii)\ \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}^-} f(x)=$

$= \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}^-} senx = sen\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2};\ \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}^+} f(x) = \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}^+} \cos x =$

$= \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}^-} senx = sen\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2};\ \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}^+} f(x) = \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}^+} \cos x =$

$= \cos\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}; iii) \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} f(x) = f(\dfrac{\pi}{4})$

$\therefore$ f contínua en $\dfrac{\pi}{4}$

b) $x=\frac{\pi}{2}; i) f(\frac{\pi}{2})=\cos\frac{\pi}{2}=0;\ \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-} f(x)= \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \cos x =$

$=0;\ \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^+} f(x) = \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^+} 0 = 0; \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} f(x) = 0;$

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} f(x) = f(\dfrac{\pi}{4}) \therefore f$ Continua en $\dfrac{\pi}{2}$

c) $x=\dfrac{3\pi}{4}; i) f(\dfrac{3\pi}{4}) = \cos\dfrac{3\pi}{4} = -\dfrac{\sqrt{2}}{2};\ \lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{4}^-} f(x)=$

$= \lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{4}^-} 0 = 0;\ \lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{4}^+} f(x) = \lim\limits_{x\to\frac{3\pi}{4}^+} \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \therefore$ f discontinua en $\dfrac{3\pi}{4}$

El punto de discontinuidad es: $x=\frac{3\pi}{4}$

(Contínua en $(0,\pi]-\left\{\frac{3\pi}{4}\right\}$)

559.- $i) f(0)=1$

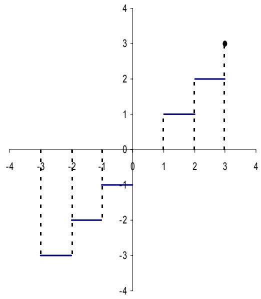
$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = -1$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = 1$

$\therefore \nexists \lim\limits_{x\to 0} f(x)$

la no existencia del límite implica la discontinuidad en x=0 (contínua en R-{0}

560.- Los puntos de discontinuidad son: x=-2, x=-1, x=0, x=1, x=2,y x=3. El análisis de cada uno de ellos es similar a los otros, por ello solo se examinará uno de los punto sen x=-1; i) f (-1)=-1;



ii) $\lim_{x\to -1^-} f(x) = -2,\ \lim_{x\to -1^+} f(x) = -1 \therefore \nexists \lim_{x\to -1} f(x);$ de ahí la discontinuidad en tal punto.

561.- Los puntos a examinar son: x=1, x=2, x=3, x=4 y x=5, donde son inmediatas las discontinuidad (es f una función escalonada)

562.- Los puntosa examinar son x=1, x=2, x=3

a) En x=1; i) f (1)=1; $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} 1 = 1; \lim_{x\to 1^+} f(x) =$

$= \lim_{x\to 1^+} x = 1 \therefore \lim_{x\to 1} f(x) = 1; iii) \lim_{x\to 1} f(x) = f(1);$ Contínua en x=1.

b) En x=2; i) f (2)=2;

$\lim_{x\to 2^+} f(x) = \lim_{x\to 2^+} x^2 = 4; \lim_{x\to 2^-} f(x) = \lim_{x\to 2^-} x = 2 \therefore \nexists \lim_{x\to 2} f(x);$ discontinua en x=2

c) En x=3; i) f (3)= $3^2 = 9; \lim_{x\to 3^-} f(x) = \lim_{x\to 3^-} x^2 = 9;$

$\lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^+} x^3 = 27 \therefore \nexists \lim_{x\to 3} f(x);$ discontinuidad en x=3-

Los puntos de discontinuidad son: x=2, x=3 (contínua en R-{2,3})

AUTOEVALUACION #4 CONTINUIDAD

563.- La función f, tal que: $f(x)=\begin{cases} \frac{x^2+x-2}{x^2-4} & ; x\in R-\{-2,2\} \\ \frac{3}{4} & ; x=2 \\ -\frac{3}{4} & ; x=-2 \end{cases}$

Verifica que es discontinua en:

a) x=2, x=-2 b) R-{-2,2}

c) sólo en x=2 d) sólo en x=-2

e) Ninguna de las anteriores

564.-. La función g, tal que: $g(x)=\frac{x-b}{\sqrt{x}-\sqrt{b}}con$ b>0

Se hace contínua en x=b, si

a) f (b)=0 b) f (b)=b

c) f (b)= $\sqrt{b}$ d) f (b)= b^2

e) Ninguna de las anteriores

565.- La función h, tal que: h(x)=2x-1, es contínua sólo en:

a) R-{-1} b) R-{$\frac{1}{2}$}

c) R-{-$\frac{1}{2}$} d) R-{0}

e) Ninguna de las anteriores

566.- La función f, tal que: f(x)= $|x-a|$ con a>0, es contínua:

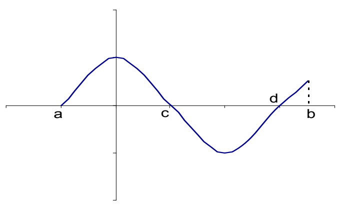
a) sólo en R^+ b) en todo R

c) sólo en R-{a} d) sólo en R-{-a}

e) Ninguna de las anteriores

567.- De la gráfica adjunta,

es posible concluir que f:



a) es contínua en todo R b) es continua en $[a,b]$

c) no es función d) es continua en $[a,b]\cup[d,b]$

e) Ninguna de las anteriores

568.- Sea h, tal que: h(x)=$\frac{1}{\sqrt{x}}$. se tiene que h es contínua:

a) es todo R b) sólo en R-{0}

c) sólo en R^+ d) sólo en R_0^+

e) Ninguna de las anteriores

569.- Sea g, tal que: $g(x)=\begin{cases} x^2+1 & ,si \quad 0<x<2 \\ 2 & ,si \quad x=2 \\ x-1 & ,si \quad x>2 \end{cases}$

Se admite como MEJOR RESPUESTA:

a) g es discontinua en R-{2} b) discontinuidad inevitable

c) es contínua en tal punto c) Nada, por ser funciones trigonometricas

e) Ninguna de las anteriores

570.- Dadas las siguientes proposiciones:

I) Una función no definida en un punto, puede hacerse contínua en tal punto

II) Una función que no admite límite en un punto, PUEDE hacerse contínua en tal punto

III) Una función contínua, SIEMPRE tiene límite en tal punto.

Se puede concluir que son verdaderas:

a) sólo I b) sólo I y II

c) sólo III d) sólo I y III

e) Ninguna de las anteriores

571.- Dadas las siguientes proposiciones:

I) $f(x)=-x^{\frac{1}{3}}$, es contínua en todo R

II) $f(x)=3x^{\frac{3}{4}}$, es contínua en todo R

III) $f(x)=2x^{-\frac{3}{2}}$, es contínua sólo en R^{+}

Se puede concluir que son verdaderas:

a) sólo I b) sólo III

c) sólo I y III d) todas son verdaderas

e) Ninguna es verdadera

572.- La función g, tal que: $g(x)=\begin{cases} senx & ,si \quad x<0 \\ 1 & ,si \quad x=0 \\ \cos x & ,si \quad x>0 \end{cases}$

Se tiene que g presenta en x=0:

a) discontinuidad removible b) discontinuidad inevitable

c) es contínua en tal punto d) Nada, por ser funciones trigonométricas

e) Ninguna de las anteriores.

573.- Dada una función h, tal que en x=a:

i) h (a)= $|c|(c \in R^{-})$ ii) $\lim_{x \to a} h(x)=d(d \in R^{+})$

Para que h sea continua en x=a, BASTA hacer:

a) h(a)=$|c|$ b) h(a)=-d

c) h(a)=d d) $\lim_{x \to a} h(x)=c$

574.- Sea f, tal que: $f(x)=\begin{cases} \dfrac{sen^{2}x}{x} & ,si \quad x \neq 0 \\ 0 & ,si \quad x=0 \end{cases}$

f es continua en x=0, si:

a) f (0)=sen x b) f(0)=x

c) f (0)=1 d) ya es continua en x=0

e) Ninguna de las anteriores

575.- La función h, tal que h(x)=fgx, es continua en:

a) todo R b) sólo R- $R-\{x/x=k\pi, k \in Z\}$

c) sólo en $R-\{0\}$ d) sólo en $R-\{x/x=2k\pi, k\in Z\}$

e) Ninguna de las anteriores

576.- La función g, tal que: $g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2-a}{x-a} & ,si \quad x\neq a \quad ,a>0\\ 2a & ,si \quad x=a\end{cases}$

Se verifica que g es continua:

a) en todo R b) sólo en R^+

c) sólo en R_0^+ d) en $R-\{a\}$

e) Ninguna de las anteriores

577.- La función h, tal que: $h(x)=\begin{cases}2x-1 & ;x<-1\\ 1-4x^2 & ;-1\leq x<2\\ x-19 & ;2\leq x\leq 3\end{cases}$ Verifica que:

a) muestra dos puntos de discontinuidad en $(-\infty,3]$

b) muestra discontinuidad inevitable en x=-1

c) muestra discontinuidad inevitable en x=2

d) muestra discontinuidad removible en x=2

e) Ninguna de las anteriores.

578.- Dadas las siguientes proposiciones:

I) Una función constante es siempre continua

II) Una función idéntica es siempre continua

III) Una función polinómica es siempre continua

Se admiten como verdaderas:

a) sólo I b) sólo II

c) sólo III d) sólo I y II

e) Ninguna de las anteriores

579.- Sea f una función en x. Par aun: x=a, se tienen las siguientes proposiciones:

I) f(a) no existe $\Rightarrow$ f discontinua en a

II) $\lim_{x\to a} f(x) existe \Rightarrow$ f continua en a

III) $\lim_{x\to a} f(x)=0 \Rightarrow$ f discontinua en a

Lo anterior permite admitir como verdaderas:

a) sólo I b) sólo II

c) sólo I y II d) todas son verdaderas

e) Ninguna de las anteriores

SOLUCIONARIO DE LA AUTOEVALUACION # 4

563.-	a	564.-	e	565.-	e	566.-	b
567.-	b	568.-	c	569.-	d	570.-	d
571.-	c	572.-	b	573.-	c	574.-	d
575.-	e	576.-	a	577.-	c	578.-	e
579.-	c	579.-					

SOLUCIONARIO DESARROLLADO

DE LA AUTOEVALUACION # 4

563.- $F(x)=\frac{\cancel{(x+2)}(x-1)}{\cancel{(x+2)}(x-2)}; x\neq 2, x\neq -2; \lim_{x\to 2} f(x)=\lim_{x\to 2}\frac{x-1}{x+1}=\infty$

Discontinua en x=2 $\lim_{x\to -2} f(x)=\lim_{x\to -2}\frac{x-1}{x-2}=\frac{3}{4}$

Discontinua en x=-2 (a)

564.- $g(x)=\frac{\cancel{\left(\sqrt{x}-\sqrt{b}\right)}\left(\sqrt{x}+\sqrt{b}\right)}{\cancel{\left(\sqrt{x}-\sqrt{b}\right)}}=\sqrt{x}+\sqrt{b}; \lim_{x\to b} g(x)=$

$\lim_{x\to b}(\sqrt{x}+\sqrt{b})=2\sqrt{b}(e)$

565.- h(x)=2x-1; e suna función polinómica, por tanto continua en todo R

566.- f es una función valor absoluto de una expresión polinómica, continua en todo R. (b)

567.- Es inmediato que e suna función continua en $[a,b]$ (b)

568.- Para que h esté definida es indispensable que: 3x>0$\Rightarrow$x>0. (c)

569.- $\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 2^-} g(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}(x^2+1)=5\\ \lim\limits_{x\to 2^+} g(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}(x-1)=1\end{array}\right\} \Rightarrow \nexists \lim\limits_{x\to 2} g(x)$ (d)

570.- I)Verdadera: basta que exista el límite y este sea finito.

II) Falsa: Discontinuidad inevitable.

III) Verdadera: la existencia del límite, una condición para la continuidad (d)

571.- I) Exponente fraccionario de denominador impar (V)

II) Exponente fraccionario de denominador par (F)

III) Exponente fraccionario de denominador par (v) (c)

572.- $\lim\limits_{x\to 0^-} g(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} senx=0; \lim\limits_{x\to 0^+} g(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\cos x=1 \therefore$

No existe $\lim\limits_{x\to 0} g(x)\quad (b)$

573.- Lo que se modifica es la primera condición, esto es: h(a)$\therefore$ h(a)=d (c)

574.- $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\lim\limits_{x\to 0}\frac{senx.senx}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\cancel{senx}^{\,0}.\lim\limits_{x\to 0}\cancel{\frac{senx}{x}}^{\,1}=0\quad (d)$

575.- $tg(x)=\frac{senx}{\cos x};tgx$ se indefine si cosx=0 y esto ocurre para

$x=\frac{\pi}{2},3\frac{\pi}{2},...$ en general para $x=(\frac{2x+1}{2})\pi, k\in Z\quad (e)$

576.- $\lim\limits_{x\to a} g(x)=\lim\limits_{x\to a}\frac{\cancel{(x-a)}(x+a)}{\cancel{(x-a)}}=\lim\limits_{x\to a}(x+a)=2a\quad (a)$

577.- Examinaremos: x=-1; i) h (-1)=-3, ii) $\lim\limits_{x\to -1^-} h(x)=$

$=\lim\limits_{x\to -1^-}(2x-1)=-3; \lim\limits_{x\to -1^+} h(x)=\lim\limits_{x\to -1^+}(1-4x^2)=-3 \therefore$

$\lim\limits_{x\to -1} h(x)=-3.$ Examinando: x=2; i) h(2)=-17

$\lim\limits_{x\to 2^-} h(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}(1-4x^2)=-15; \lim\limits_{x\to 2^+} h(x)=$

$\lim\limits_{x\to 2^+}(x-19)=-17 \therefore$ No existe $\lim\limits_{x\to 2} h(x).$contínua en x=-1, más no contínua en x=2 (c)

578.- Obviamente las tres proposiciones son verdaderas (e)

I) Verdadera: incumplimiento de una de las condiciones implica discontinuidad.

II) Falsa: cumplimiento de una de las condiciones No implica continuidad.

III) Verdadera:"∞" no es un número real (no existe límite)(c)

SECCION LIX.- Calcular f´(x), mediante la expresión $\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$, correspondiente a cada una de las siguientes funciones:

580.- $f(x)=\frac{1}{2x}$

581.- $f(x)=\frac{1}{x+a}$

582.- $f(x)=x+a$

583.- $f(x)=\sqrt{\frac{x}{2}}$

584.- $f(x)=\sqrt{x+a}$

585.- $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}$

586.- $f(x)=c(cte)$

587.- $f(x)=senx$

588.- $f(x)=\pi^2$

589.- $f(x)=\cos\theta$

Soluciones:

580.- $$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{2(x+h)}-\frac{1}{2x}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{x-(x+h)}{2x(x+h)}}{h}=$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{\frac{x-x-h}{2x(x+h)}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{-\cancel{h}}{2x\cancel{h}(x+h)}=$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{-1}{2x(x+h)}=\frac{-1}{2x^2}$$

Sol.- $f(x)=\frac{1}{2x}\Rightarrow f'(x)=-\frac{1}{2x^2}$

581.- $$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{x+h+a}-\frac{1}{x+a}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{x+a-(x+h+a)}{(x-a)(x+h+a)}}{h}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x}+\cancel{a}-\cancel{x}-h-\cancel{a}}{h(x+a)(x+h+a)}=\lim_{h\to 0}\frac{-h}{h(x+a)(x+h+a)}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{-1}{(x+a)(x+h+a)}=\frac{-1}{(x+a)^2}$$

Sol.- $f(x)=\frac{1}{x+a}\Rightarrow f'(x)=\frac{-1}{(x+a)^2}$

582.- $$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{(x+h+a)-(x+a)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x}+h+\cancel{a}-\cancel{x}-\cancel{a}}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{h}{h}=\lim_{h\to 0}1=1$$

Sol.- f(x)=x+a$\Rightarrow f'(x)=1$

583.- $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{\frac{x+h}{2}}-\sqrt{\frac{x}{2}}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{\frac{x+h}{2}}-\sqrt{\frac{x}{2}}}{h}.\frac{\sqrt{\frac{x+h}{2}+\sqrt{\frac{x}{2}}}}{\sqrt{\frac{x+h}{2}+\sqrt{\frac{x}{2}}}}=$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{x+h}{2}-\frac{x}{2}}{h(\sqrt{\frac{x+h}{2}}+\sqrt{\frac{x}{2}})}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{\cancel{h}}{2}}{\cancel{h}(\sqrt{\frac{x+h}{2}}+\sqrt{\frac{x}{2}})}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{1}{2(\sqrt{\frac{x+h}{2}}+\sqrt{\frac{x}{2}})}=\frac{1}{4\sqrt{\frac{x}{2}}}=\frac{1}{\sqrt{8x}}$$

Sol.- $f(x)=\sqrt{\frac{x}{2}}\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{\sqrt{8x}}$

584.- $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x+h+a}-\sqrt{x+a}}{h}.\frac{\sqrt{x+h+a}+\sqrt{x+a}}{\sqrt{x+h+a}+\sqrt{x+a}}=$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x}+\cancel{h}+\cancel{a}-\cancel{x}-\cancel{a}}{\cancel{h}(\sqrt{x+h+a}+\sqrt{x+a})}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{1}{\sqrt{x+h+a}+\sqrt{+a}}=\frac{1}{2\sqrt{x+a}}$$

Sol.- $f(x)=\sqrt{x+a}\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+a}}$

585.- $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{\sqrt{x+h}}-\frac{1}{\sqrt{x}}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+h}}{\sqrt{x(x+h)}}}{h}=$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+h}}{h(\sqrt{x(x+h)})}=\lim_{h\to 0}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+h}}{h(\sqrt{x(x+h)})}.\frac{\sqrt{x}+\sqrt{x+h}}{\sqrt{x}+\sqrt{x+h}}=$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{\cancel{x}-(\cancel{x}+\cancel{h})}{\cancel{h}(\sqrt{(x+h)}(\sqrt{x}+\sqrt{x+h})}=\lim_{h\to 0}\frac{-1}{\sqrt{x(x+h)}(\sqrt{x}+\sqrt{x+h})}$$

$$=\frac{1}{x(2\sqrt{x})}=\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$$

Sol.- $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x^3}}$

586.- $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{c-c}{h}=\lim_{h\to 0}0=0$

Sol.- $f(x)=c \Rightarrow f'(x)=0$

587..- $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{sen(x+h)-senx}{h}=$

$=\lim_{h\to 0}\frac{(senx.\cosh+\cos x)-senx}{h}$

$=\lim_{h\to 0}\frac{(senx.\cosh-senx)+\cos x.senh}{h}$

$=\lim_{h\to 0}\frac{senx(\cosh-1)}{h}+\lim_{h\to 0}\frac{\cos x.senh}{h}$

$=senx\lim_{h\to 0}\frac{\cosh-1}{h}+\cos x\lim_{h\to 0}\cancelto{1}{\frac{senh}{h}}$

$=senx\lim_{h\to 0}\frac{\cosh-1}{h}.\frac{\cosh+1}{\cosh+1}+\cos x$

$=senx\lim_{h\to 0}\frac{\cos^2 h-1}{h(\cosh+1)}+\cos x$

$=senx\lim_{h\to 0}\frac{-sen^2h}{h(\cosh+1)}+\cos x$

$senx\lim_{h\to 0}(\frac{senh}{h})(\frac{-senh}{\cosh+1})+\cos x$

$senx\lim_{h\to 0}\cancelto{0}{\frac{-senh}{\cosh+1}}+\cos x=\cos x$

Sol.- $f(x)=senx \Rightarrow f'(x)=\cos x$

588.- $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{\pi^2-\pi^2}{h}=\lim_{h\to 0}0=0$

Sol- $f(x)=\pi^2 \Rightarrow f'(x)=0$

589.- $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{\cos\theta-\cos\theta}{h}=\lim_{h\to 0}0=0$

Sol- $f(x)=\cos\theta \Rightarrow f'(x)=0$

Sección LX.- Usando las reglas de derivación, calcular f´(x) si f(x) es:

590.- 2

591.- x^3

592.- $3x^{-4}$

593.- $\frac{1}{x+1}$

594.- $3Z$

595.- 0

596.- $|x|$

597.- $sen\pi$

598.- $sen\pi^2$

599.- $sen\frac{\pi}{2}$

600.- $\exp(\ln x)$

601.- $e^{\ln x^2}$

602.- $\ln x^2$

603.- $\frac{x-1}{x+1}$

604.- $(2x+5)\sqrt{x}$

605.- $\frac{3}{5}\ln(sen45^{\circ})^2$

Soluciones:

590.- $f'(x)=0; f$ constante

591.- $f'(x)=3x^2$

592.- $f'(x)=-4.3x^{-5}=-12x^{-5}$

593.- $f'(x)=\frac{-1}{(x+1)^2}$

594.- $f'(x)=0; f$ constante.

595.- $f'(x)=0; f$ constante.

596.- $f'(x)=-1, si; x<0$; $f'(x)$ No existe si x=0
$f'(x)=1, si; x>0$

597.- $f'(x)=0; f$ constante.

598.- $f'(x)=0; f$ constante.

599.- $f'(x)=0; f$ constante.

600.- $f'(x)=1(f(x)=\exp(\ln x)=x)$

601.- $f'(x)=2x(f(x)=e^{\ln x^2}=x^2$

602.- $f'(x)=\frac{1}{x^2}.2x=\frac{2}{x}$

603.- $f'(x)=\frac{(x+1)-(x-1)}{(x+1)^2}=\frac{x+1-x+1}{(x+1)^2}=\frac{2}{(x+1)^2}$

604.-
$$f'(x)=(2x+5).\frac{1}{2}(x+2)^{-\frac{1}{2}}+(\sqrt{x+2})2=$$
$$=\frac{2x+5}{2\sqrt{x+2}}+2\sqrt{x+2}=\frac{2x+5+4(x+2)}{2\sqrt{x+2}}$$
$$=\frac{2x+5+4x+8}{2\sqrt{x+2}}=\frac{6x+13}{2\sqrt{x+2}}$$

606.- $f'(x)=0;\ f$ constante.

Sección LXI.- Usando las reglas de derivación. Calcular $f'(x), si;\ f(x) es:$

606.- $3senx+1$

607.- $2x^2-x+2$

608.- $x^{n+1}+c$

609.- $e^{x+1}+x$

610.- $5arctgx+2x$

611.- $2\sqrt{x}+1$

612.- $senx+\cos x$

613.- 5

614.- $(3\cos cx)^0$

615.- $\ln(\frac{\sec\theta-1}{tg\theta})+\ln(\frac{\sec\theta+1}{tg\theta})$

616.- $sen(tgx)$

617.- $\cos(\sec^2 x)$

618.- $\ln^2\cos x$

619.- $3sen^2 2x$

620.- e^{sen2x}

621.- $\frac{\ln|x|}{x}$

622.- $\frac{\sqrt{2x+3}}{3x}$

623.- $\frac{sen2x}{\ln|x|}$

624.- $e^{\cos\frac{\pi}{2}}$

625.- $\ln[tg^2(1-\theta)]$

626.- $\ln[tg^2 x]$

627.- $sen(\cos(tgx))$

628.- e^{x+e^x}

629.- $e^x+e^{e^x}$

630.- $\ln e^{3x-1}$

631.- $\exp(\ln\cos x)$

632.- $e^{\ln(sen^2 x-\cos^2 x)}$

Soluciones:

606.- $f'(x)=3\cos x$

607.- $f'(x)=4x-1$

608.- $f'(x)=(n+1)x^n$

609.- $f'(x)=e^{x+1}+1$

610.- $f'(x)=\dfrac{5}{1+x^2}+2$

611.- $f'(x)=\cancel{2}.\dfrac{1}{\cancel{2}}x^{-\frac{1}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

612.- $f'(x)=\cos x-senx$

613.- $f'(x)=0$

614.- $f'(x)=0$

615.- $f'(x)=\ln\dfrac{(\sec\theta-1)(\sec\theta+1)}{tg^2\theta}=\ln\dfrac{\sec^2\theta-1}{tg^2\theta}=\cancel{\ln 1}^{0}$

$\Rightarrow f'(x)=0$

616.- $f'(x)=[\cos(tgx)]\sec^2 x$

617.- $f'(x)=-[sen(\sec^2 x)].2\sec x.\sec x.tgx=$

$=-[senx(\sec^2 x)].2\sec^2 x.tgx$

618.- $f'(x)=2(\ln\cos x).\dfrac{1}{\cos x}(-senx)=$

$=-2tgx[\ln(\cos x)]$

619.- $f'(x)=6(sen2x)(\cos 2x)2=12sen2x\cos 2x$

620.- $f'(x)=e^{sen2x}.(\cos 2x).2=2\cos 2xe^{sen2x}$

621.- $f'(x)=\dfrac{x.\dfrac{1}{x}-\ln|x|}{x^2}=\dfrac{1-\ln|x|}{x^2}$

622.- $f'(x)=\dfrac{3x.\dfrac{1}{2}(2x+3)^{-\frac{1}{2}}.2-\sqrt{2x+3}.3}{9x^2}=$

$=\dfrac{\dfrac{3x}{\sqrt{2x+3}}-3\sqrt{2x+3}}{9x^2}=\dfrac{3x-3(2x+3)}{9x^2\sqrt{2x+3}}=$

$=\dfrac{3x-6x-9}{9x^2\sqrt{2x+3}}=\dfrac{-3x-9}{9x^2\sqrt{2x+3}}=\dfrac{-\cancel{3}(x+3)}{{}_3\cancel{9}x^2\sqrt{2x+3}}=$

$$=\frac{-(x+3)}{3x^2\sqrt{2x+3}}$$

623.- $f'(x)=\frac{(\ln x).2senx\cos x-sen^2x-\frac{1}{x}}{\ln^2 x}=$

$$=\frac{2senx\cos x\ln x-\frac{sen^2x}{x}}{\ln^2 x}$$

624.- $f'(x)=0$

625.- $f'(x)=0$

626.- $f'(x)=\frac{1}{tg^2x}.2tgx.\sec^2 x=2\frac{\sec^2 x}{tgx}=\frac{2}{\cos xsenx}$

627.- $f'(x)=[\cos x(\cos x(tgx))][-sen(tgx)]\sec^2 x=$

$=-[\cos(\cos(tgx))][sen(tgx)]\sec^2 x$

628.- $f'(x)=e^{x+e^x}(1+e^x)$

629.- $f'(x)=e^x+e^{e^x}.e^x=e^x+e^{e^x+x}$

630.- $f'(x)=3x-1\Rightarrow f'(x)=3$

631.- $f'(x)=\cos x\Rightarrow f'(x)=-senx$

632.- $f(x)=sen^2x-\cos^2 x\Rightarrow f'(x)=2senx\cos x-2\cos x(-senx)$

Sección LXII.- Usando las reglas de derivación, calcular $f'(x)$ si f(x) es:

633.- $\frac{\cos x-senx}{\ln x}$

634.- $\frac{\ln e}{e^{\ln e}}$

635.- $\sqrt{(\cos^2\frac{\pi}{2})\ln 2}$

636.- $\frac{x+2z}{z+2x}$

637.- $1+e+e^x$

638.- $sen(\ln senx)$

639.- $\frac{e^{2x}+1}{e^{2x}}$

640.- $arctg(senx)$

641.- $arctg\frac{\pi}{2}$

642.- $sen^\theta x$

643.- $arctgsen^2x$

644.- $1+x+x^2$

645.- $(sen^2x+\cos^2 x)^5$

646.- $(1-sen^2x)^7$

647.- $\ln\left|arctgx\right|$

648.- $(\frac{5}{\sqrt{x}}-2x)^3$

649.- $(\sec^2 x-1)^6$

650.- $(x-5)^0$

651.- $6(x^5-3x^4-2)^2$

652.- $e^{sen^2(\ln e)}$

653.- $\cos(sen(\cos y))$

Soluciones:

633.- $f'(x)=\dfrac{\ln x(-senx-\cos x)-(\cos x-senx)\frac{1}{x}}{\ln^2 x}=$

$=\dfrac{-(senx+\cos x)\ln x-\frac{\cos x-senx}{x}}{\ln^2 x}$

634.- $f'(x)=0$

635.- $f'(x)=0$

636.- $f'(x)=\dfrac{(z+2x)-(x+2z)2}{(z+2x)^2}=\dfrac{z+2x-2x-4z}{(z+2x)^2}$

637.- $f'(x)=e^x$

638.- $f'(x)=[\cos(\ln senx)]\dfrac{1}{senx}.\cos x$

$=ctgx[\cos(\ln x)]$

639.- $f'(x)=\dfrac{e^{2x}e^{2x}.2-(e^{2x}+1)e^{2x}.2}{e^{4x}}=\dfrac{2e^{4x}.2e^{4x}.2e^{2x}}{e^{4x}}=\dfrac{2}{e^{2x}}$

640.- $f'(x)=\dfrac{1}{1+sen^2x}.\cos x=\dfrac{\cos x}{1+sen^2x}$

641.- $f'(x)=0$

642.- $f'(x)=\theta sen^{\theta-1}x(\cos x)(supuesto:\theta\in Q)$

643.- $f'(x)=\dfrac{1}{1+sen^4x}.2senx\cos x=\dfrac{2senx\cos x}{1+sen^4x}$

644.- $f'(x)=2(1+x+x^2)(1+2x)$

645.- $f'(x)=1^5=1\Rightarrow f'(x)=0$

646.- $f'(x)=(\cos^2 x)^7=\cos^{14} x \Rightarrow f'(x)=14\cos^{13} x(-senx)$
$\Rightarrow f'(x)=-14\cos\cos^{13} x.senx$

647.- $f'(x)=\dfrac{1}{arctgx}.\dfrac{1}{1+x^2}=\dfrac{1}{(arctgx)(1+x^2)}$

648.- $f'(x)=3(\dfrac{5}{\sqrt{x}}-2x)^2(\dfrac{-5.\frac{1}{2\sqrt{x}}}{x}-2)=3(\dfrac{5}{\sqrt{x}}-2x)^2(\dfrac{-5}{2x\sqrt{x}}-2x)$

649.- $f(x)=(tg^2x)^6=tg^{12}x \Rightarrow f'(x)=12tg^{11}x.\sec^2 x$

650.- $f(x)=1 \Rightarrow f'(x)=0$

651.- $f'(x)=12(x^5-3x^4-2)(5x^4-12x)$

652.- $f'(x)=0$

653.- $f'(x)=0$

Sección LXIII.- Dada una función, calcular su derivada tal como lo indica cada ejercicio mostrado a continuación:

654.- $f(x)=e^{2x}+\ln x^2 \Rightarrow f'(x)=?$

655.- $g(t)=e^{2x}+\ln x^2 \Rightarrow g'(t)=?$

656.- $h(x)=\ln x^3-\ln x^2\ln(x+1) \Rightarrow h'(x)=?$

657.- $F(x)=\ln\dfrac{x^3+3x^2+1}{x-5} \Rightarrow F'(x)=?$

658.- $G(z)=\sqrt{\dfrac{xz+z}{3}} \Rightarrow G'(z)=?$

659.- $H(z)=\dfrac{3}{2}z^2-z^2(z+1)^5+z \Rightarrow H'(z)=?$

Soluciones:

654.- $f'(x)=e^{2x}.2+\dfrac{1}{x^2}.2x=2e^{2x}+\dfrac{2}{x}$

655.- $g'(t)=0$

656.- $h'(x)=\dfrac{1}{x^3}.3x^2-\dfrac{1}{x^2}.2x+\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{3}{x}-\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x+1}=$
$=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{x+1+x}{x(x+1)}=\dfrac{2x+1}{x(x+1)}$

657.- $F(x)=\ln\left|x^3+3x^2+1\right|-\ln\left|x-5\right| \Rightarrow$

$$= \frac{3x(x+2)}{x^3+3x^2+1} - \frac{1}{x-5}$$

658.- $G'(z) = \frac{1}{2}(\frac{xz+z}{3})^{-\frac{1}{2}}(x+1) = \frac{x+1}{2\sqrt{\frac{xz+z}{3}}} = \frac{x+1}{2}\sqrt{\frac{3}{xz+z}}$

659.- $H'(z) = \frac{3}{2}.2z - z^2.5(z+1)^4 + (z+1)^5.2z + 1$

$$= 3z - 5z^2(z+1)^4 + 2z(z+1)^5 + 1$$

Sección LXIV.- Dada una función, calcular su derivada elevada en un punto, tal como se indica a continuación:

660.- $f(x) = e^{x+1}senx \Rightarrow f'(0) = ?$

661.- $f(x) = (\ln 2x)\cos x \Rightarrow f'(\pi) = ?$

662.- $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \Rightarrow f'(0) = ?$

663.- $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \Rightarrow f'(1) = ?$

664.- $f(x) = senx\cos x + e^x \cos x \Rightarrow f'(\frac{\pi}{2}) = ?$

665.- $f(x) = (\ln x^2)\cos x \Rightarrow f'(\pi) = ?$

666.- $f(x) = (\ln\cos^2\frac{\pi}{2}) \Rightarrow f'(0) = ?$

667.- $f(x) = e^{\cos^2 x} \Rightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = ?$

668.- $f(x) = \cos(sen\frac{x}{2}) \Rightarrow f'(\pi) = ?$

669.- $f(x) = \ln(tgx^2) \Rightarrow f'(0) = ?$

670.- $f(x) = \ln senx - \ln\cos x \Rightarrow f'(\frac{\pi}{4}) = ?$

671.- $f(x) = e^{sen^2 x}.e^{\cos^2 x} \Rightarrow f'(\frac{\pi}{8}) = ?$

672.- $f(x) = \ln(\sec^2 x - 1) - \ln\left|tg^2 x\right| \Rightarrow f'(\frac{\pi}{6}) = ?$

673.- $f(x)=\ln e^{sen^2 \frac{x}{2}} \Rightarrow f'(0)=?$

Soluciones:

660.- $f'(x)=e^{x+1}.\cos x+senxe^{x+1} \Rightarrow f'(0)=e^{0+1}.\cos 0+sen0.e^{0+1}=e$

661.- $f'(x)=(\ln 2x)(-senx)+\cos x.\frac{1}{\cancel{2}x}.\cancel{2}=-senx\ln 2x+$
$+x\cos x \Rightarrow f'(\pi)=-sen\pi\ln 2\pi+\pi\cos\pi=-\pi$

662.- $f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2} \Rightarrow f'(0)=\frac{e^0-e^0}{2}=0$

663.- $f'(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{2} \Rightarrow f'(1)=\frac{e+e^{-1}}{2}=\frac{e+\frac{1}{e}}{2}=\frac{\frac{e^2+1}{e}}{2} \Rightarrow f'(1)=\frac{e^2+1}{2e}$

664.- $f'(x)=senx(-senx)+\cos x(\cos x)+e^x(-senx)+\cos xe^x=$
$-sen^2x+\cos^2 x+e^x(\cos xsenx) \Rightarrow$
$=-1+0+e^{\frac{\pi}{2}}(0-(-1)=-1+e^{\frac{\pi}{2}}$

665.- $f'(x)=(\ln x^2)(-senx)+\cos x.\frac{1}{x\cancel{^2}}.2\cancel{x}=$
$=-senx.2\ln|x|+\frac{2\cos x}{x}$
$\Rightarrow f'(x)=-2sen\pi.\ln\pi+\frac{2\cos\pi}{\pi}=-\frac{2}{\pi}$

666.- $f'(x)=0;$ (f función constante) $\Rightarrow f'(0)=0$

667.- $f'(x)=e^{\cos^2 x}.2\cos x(-senx)=-2e^{\cos^2 x}\cos xsenx$
$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{4})=-2e^{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}(\frac{\sqrt{2}}{2}.\frac{\sqrt{2}}{2})=-\cancel{2}e^{\frac{1}{2}}.\frac{1}{\cancel{2}}=-e^{\frac{1}{2}}$

668.- $f'(x)=[sen(sen\frac{x}{2})](\cos\frac{x}{2}).\frac{1}{2} \Rightarrow f'(\pi)=0,$ ya que $\cos\frac{\pi}{2}=0$

669.- $f'(x)=\frac{1}{tgx^2}.\sec^2 x^2 2x=\frac{2x\sec^2 x^2}{tgx^2} \Rightarrow f'(0)$ no esta definida, ya que $tgx^2=0$

670.- $f(x)=\ln tgx \Rightarrow f'(x)=\frac{1}{tgx}\sec^2 x=\frac{\sec^2 x}{tgx} \Rightarrow$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{4})=\frac{\sec^2\frac{\pi}{4}}{tg\frac{\pi}{4}}=\frac{(\frac{2}{\sqrt{2}})^2}{1}=2$$

671.- $f'(x)=e^{sen^2x+\cos^2x}=e\Rightarrow f'(x)=0\Rightarrow f'(\frac{\pi}{8})=0$

672.- $f(x)=\ln\frac{\sec^2x-1}{tg^2x}=\ln 1=0\Rightarrow f'(x)=0\Rightarrow f'(\frac{\pi}{6})=0$

673.- $f(x)=sen^2\frac{x}{2}\Rightarrow f'(x)=2(sen\frac{x}{2})(\cos\frac{x}{2}).\frac{1}{2}\Rightarrow$

$f'(0)=\cancel{2}sen(0)\cos(0).\frac{1}{\cancel{2}}=0$

Sección LXV.- Dada una función, cuya representación geométrica es una curva de un plano, obtener la ecuación de la tangente y de la normal en un punto de ella, si:

674.- $f(x)=3x^2+5x-2,\quad en\quad (0,-2)$

675.- $g(x)=\frac{x+1}{2x},\quad en\quad (1,1)$

676.- $h(x)=e^{2x}+1,\quad en\quad (0,2)$

677.- $F(x)=4,\quad en\quad (-5,4)$

678.- $G(x)=sen^{\frac{\pi}{4}},\quad en\quad (1,\frac{\sqrt{2}}{2})$

679.- $H(x)=e^{sen\frac{\pi}{4}},\quad en\quad (\frac{\pi}{4},e^{\frac{\sqrt{2}}{2}})$

Soluciones:

674.- $f'(x)=6x+5\Rightarrow m=f'(0)=5\therefore$ Ecuac. de tang:

$y+2=5(x-0)\Rightarrow y+2=5x\Rightarrow -5x+y=2$

Ecuac. normal: $m_{\perp}=-\frac{1}{5}\therefore y+2=-\frac{1}{5}x\Rightarrow$

$5y+10=-x\Rightarrow x+5y+10=0$

675.- $g'(x)=\frac{2x-(x+1)2}{4x^2}=\frac{2x-2x-2}{4x^2}=\frac{-2}{4x^2}\Rightarrow m=g'(1)=$

$= -\frac{1}{2} \therefore$ Ecuac. de tg: $y-1 = -\frac{1}{2}(x-1) \Rightarrow$

$2y-2 = -x+1 \Rightarrow x+2y=3.$ Ecuac. normal:

$m_{\perp} = 2 \therefore y-1 = 2(x-1) \Rightarrow y-1 = 2x-2 \Rightarrow -2x+y = -1$

676.- $h'(x) = 2e^{2x} \Rightarrow m = h'(0) = 2 \therefore$ Ecuac. de Tang:

$y-2 = 2x \Rightarrow -2x+y = 2.$ Ecuac. de normal.

$m_{\perp} = -\frac{1}{2} \therefore y-2 = -\frac{1}{2}x \Rightarrow 2y-4 = -x \Rightarrow x+2y = 4$

677.- $F'(x) = 0 \Rightarrow m = F'(-5) = 0 \therefore$ Ecuac. de tang:

$y-4 = 0 \Rightarrow y = 4;$ Ecuac. de norma. $x = -5$

678.- $G'(x) = 0 \Rightarrow m = G'(1) = 0 \therefore$ Ecuac. de tang:

$y - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \Rightarrow y = \frac{\sqrt{2}}{2};$ Ecuac. de normal: x=1

679.- $H'(x) = 0 \Rightarrow m = H'(\frac{\pi}{4}) = 0 \therefore$ Ecuac. de tang:

$y - e^{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 0 \Rightarrow y = e^{\frac{\sqrt{2}}{2}};$ Ecuac. de normal:

$x = \frac{\pi}{4}$

Sección LXVI.- Dada las proposiciones que se muestran a continuación, decida si son verdaderas (V) o falsas (F). En caso de ser verdaderas, demuéstrelo. En caso de ser falsas, de un contraejemplo.

680.- Toda función contínua, admite derivada.

681.- La derivada de toda función constante e cero.

682.- Toda función contínua (que no conlleven valor absoluto), admiten derivada.

683.- La derivada del a función idéntica es la unidad.

Soluciones:

680.- Falsa: Contraejemplo: $f(x) = |x|$. Esta función es contínua en todo R, sin embargo no es derivable en x=0

681.- Verdadera: sea f(x)=c para todo $x \in R$; $f'(x) = \lim_{h \to 0} \dfrac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \dfrac{c-c}{h} = \lim_{h \to 0} 0 = 0$

682.- Falsa: Contraejemplo: $f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$. Esta función es continua en x=0, sin embargo no es derivable en tal valor de x.

683.- Verdadera: sea f(x)=x, para todo $x \in R$;

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\cancel{x} + \cancel{h} - \cancel{x}}{\cancel{h}} = \lim_{h \to 0} 1 = 1$$

Sección LXVII.- Calcular:

684.- $f(x) = senx \Rightarrow f''(x) = ?$

685.- $g(x) = \ln\left|\cos x\right| \Rightarrow f''(x) = ?$

686.- $h(x) = \dfrac{1}{x} \Rightarrow h''(x) = ?$

687.- $f(x) = \ln x - \ln x^2 \Rightarrow f''(x) = ?$

688.- $g(x) = sen(\ln \dfrac{\pi}{2}) \Rightarrow g''(x) = ?$

689.- $h(x) = \ln^2 x \Rightarrow h''(x) = ?$

690.- $f(x) = 2 \Rightarrow f''(x) = ?$

691.- $g(x) = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow g''(x) = ?$

692.- $h(x) = e^x \Rightarrow h''(x) = ?$

693.- $f(x) = \ln e^x \Rightarrow f''(x) = ?$

694.- $g(x) = e^{\ln x} \Rightarrow g''(x) = ?$

695.- $h(x) = \ln e \Rightarrow h''(x) = ?$

696.- $f(x) = 0 \Rightarrow f''(x) = ?$

Soluciones:

684.- $f'(x)=\cos x \Rightarrow f''(x)=-senx$

685.- $g'(x)=\dfrac{1}{\cos x}(-senx)=-tgx \Rightarrow g''(x)=-\sec^2 x$

686.- $h'(x)=-\dfrac{1}{x^2} \Rightarrow h''(x)=\dfrac{-(-2x)}{x^4}=\dfrac{2}{x^3}$

687.- $f(x)=\ln\left|\dfrac{x}{x^2}\right|=\ln\dfrac{1}{x}=\cancel{\ln 1}^{0}-\ln x=-\ln x \Rightarrow f'(x)=$

$=-\dfrac{1}{x} \Rightarrow f''(x)=\dfrac{1}{x^2}$

688.- $g'(x)=0 \Rightarrow g''(x)=0$

689.- $h'(x)=2(\ln x)\dfrac{1}{x} \Rightarrow h''(x)=\dfrac{2}{x}.\dfrac{1}{x}+2(\ln x)(-\dfrac{1}{x^2})$

$=\dfrac{2}{x^2}-\dfrac{2}{x^2}\ln|x|=\dfrac{2}{x^2}(1-\ln|x|)$

690.- $f'(x)=0 \Rightarrow f''(x)=0$

691.- $g'(x)=0 \Rightarrow g''(x)=0$

692.- $h'(x)=e^x \Rightarrow h''(x)=e^x$

693.- $f(x)=x \Rightarrow f'(x)=1 \Rightarrow f''(x)=0 \ g(x)=x \Rightarrow g'(x)=1 \Rightarrow g''(x)=0$

694.- $g(x)=x \Rightarrow g'(x)=1 \Rightarrow g''(x)=0$

695.- $h'(x)=0 \Rightarrow h''(x)=0$

696.- $f'(x)=0 \Rightarrow f''(x)=0$

Sección LXVIII.- Derivar implícitamente con respecto a x. Suponga que ye s función derivable con respecto a x.

697.- $6x^2+12y^2-1=0$

698.- $x^4+2x^2y^3+3xy^3+5=0$

699.- $x^{\frac{1}{2}}+y^{\frac{1}{2}}=e$

700.- $x^5+3x^2y-xy^6-52$

701.- $senx+\cos y=1$

702.- $sen^2 2x - sen^2 2y = 0.2$

703.- $e^{2x+2y} + 1 = 2x$

704.- $\dfrac{e^x + e^y}{2} = \cos(x+y)$

Soluciones:

697.- $12x + 24yy' = 0 \Rightarrow y' = \dfrac{-12x}{24y} \Rightarrow y' = -\dfrac{x}{2y}$

698.- $4x^3 2x^2 3y^2 y' + 2y^3 2x + 3x3y^2 y' + 3y^3 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4x^3 + 6x^3 y^2 y' + 4y^3 x + 9xy^2 y' + 3y^3 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y'(6x^2 y^2 + 9xy^2) = -(4x^3 + 4y^3 x + 3y^3)$

$y' = -\dfrac{4x^3 + 4y^3 x + 3y^2}{6x^2 y^2 + 9xy^2}$

699.- $\dfrac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} + \dfrac{1}{2} y^{-\frac{1}{2}} y' = 0 \Rightarrow y' = \dfrac{-\dfrac{1}{2} x^{\frac{1}{2}}}{\dfrac{1}{2} y^{-\frac{1}{2}}} \Rightarrow y' = -\sqrt{\dfrac{y}{x}}$

700.- $5x^4 + 6xy + 3x^2 y' - 6xy^5 y' - y^6 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y'(3x^2 - 6xy^5) = y^6 - 5x^4 - 6xy \Rightarrow$

$\Rightarrow y' = \dfrac{y^6 - 5x^4 - 6xy}{3x^2 - 6xy^5}$

701.- $\cos x - senyy' = 0 \Rightarrow y' = \dfrac{\cos x}{seny}$

702.- $2sen2x.\cos 2x.2 - 2sen2y.\cos 2y.2y' = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 4sen2x \cos 2x - 4sen2y.\cos 2y.y' = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y' = \dfrac{4sen2x \cos 2x}{4sen2y \cos 2y} \Rightarrow y' = \dfrac{sen2x \cos 2x}{sen2y \cos 2y}$

703.- $e^{2x+2y}(2 + 2y') = 2 \Rightarrow 2e^{2x+2y} + 2y'e^{2x+2y} = 2$

$\Rightarrow y'e^{2x+2y} = 1 - e^{2x+2y} \Rightarrow y' = \dfrac{1 - e^{2x+2y}}{e^{2x+2y}}$

704.- $\dfrac{e^x}{2} + \dfrac{e^y}{2} y' = [sen(x+y)](1+y') \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{e^x}{2}+\frac{e^y}{2}y' = sen(x+y)+y'sen(x+y) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y'(\frac{e^y}{2}-sen(x+y)) = sen(x+y)-\frac{e^x}{2} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow y' = \frac{sen(x+y)-e^x}{\frac{e^y}{2}-sen(x+y)}$$

Sección LXIX.- Construir una gráfica que:

705.- Corresponda a una función continua en el intervalo $[0,5]$ y tenga su valor máximo en tres puntos diferentes.

706.- Corresponda a una función continua en el intervalo $[-2,3]$, que tenga su valor máximo en dos puntos diferentes su mínimo en cuatro puntos diferentes.

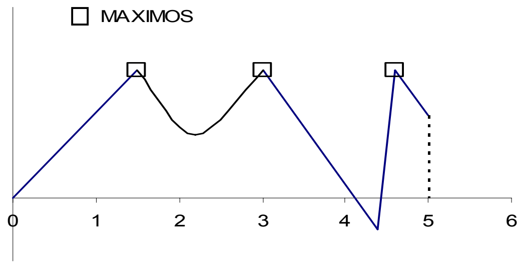
707.- Corresponda a una función continua en el intervalo $[0,4]$ y tenga su valor máximo en cada punto del sub. intervalo $[\frac{1}{2},3\frac{1}{2}]$

708.- Corresponda a una función discontinua en un punto del intervalo $[1,6]$, y que tome sus valores máximos y mínimos en este intervalo.

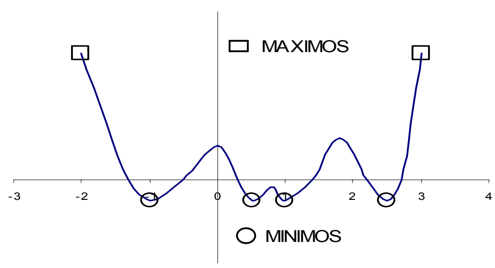
709.- Corresponda a una función f continua en el intervalo $(-\infty,\infty)$ tal que: $-1 < f(x) < 2,$ para todo $x \in R$ y que no tenga máximo ni mínimo en este intervalo.

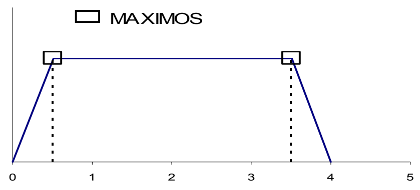
Soluciones:

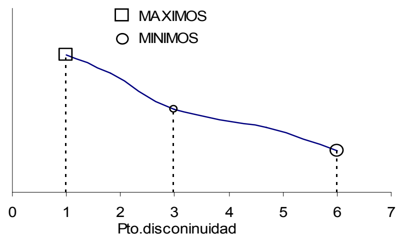
705.-

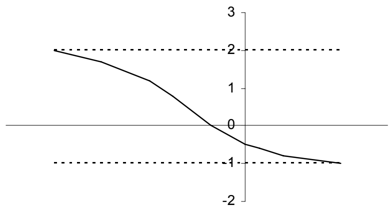


706.-



707.- 

708.- 

709.- 

Sección LXX.- Encontrar los valores máximos y/o mínimos para una función dada en un intervalo dado:

710.- $f(x) = 5x^2 + 10x - 1, en: -2 \leq x \leq 2$

711.- $f(x) = 4x^2 - 8x + 2, en: -1 \leq x \leq 1$

712.- $f(x) = x^3 - 1, en: 0 \leq x \leq 3$

713.- $f(x) = x+1, en: -3 \leq x \leq 0$

714.- $f(x) = 2, en: 0 \leq x \leq 5$

715.- $f(x) = \begin{cases} x^2+2, x \in [0,1] \\ -x^2+1, x \in (1,2] \end{cases}, en: [0,2]$

716.- $f(x) = \begin{cases} -x^2+3x-1, x \in [0,2] \\ -x^2+2x, x \in (2,3] \end{cases}, en: [0,3]$

717.- $x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}} = 3$ $, en: -27 \leq x \leq 27$

Soluciones:

710.- $f'(x) = 10x+10; f'(x) = 0 \Rightarrow 10x+10 = 0 \Rightarrow x = -1;$

$1 \in (-2,2); f''(x) = 10 > 0 \therefore en; x = -1,$ f presenta un mínimo;f

f(-2)=20-20-1=-1

f (-1)=5-10-1=-6

f (2)=20+20-1=39

711.- $f'(x) = 8x-8; f'(x) = 0 \Rightarrow 8x-8 = 0 \Rightarrow x = 1;$

$1 \notin (-1,1);$ f (-1)=4+8+2=14

f (1)04-8+2=-2

712.- $f'(x) = 3x^2; f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 = 0 \Rightarrow x = 0; 0 \notin (0,3).$

$f(0) = -1, f(3) = 27-1 = 26$

Sol.- En x=0, f admite mínimo: f (0)=-1

En x=3, f admite máximo: f (3)=2

713.- $f'(x) = 1, f'(x) = 0$ para todo $x \in R$

f(-3)=-3+1=-2; f(0)=0+1=1

Sol.- En x=-3, f admite mínimo: f (-3)=-2

En x=0, f admite máximo: f (0)=1

714.- f es una función CONSTANTE. Si los máximos y mínimos se entienden en forma ESTRICTA, entonces no los hay. Si No es ESTRICTA, entonces cada punto cumple con tales propiedades.

715.- $f'(x)=\begin{cases}2x, si; x\in[0,1]\\ -2x, si; x\in(1,2]\end{cases} \Rightarrow f'(x)=0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases}2x=0; x\in[0,1]\\ -2x=0; x\in(1,2]\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}x=0; 0\in[0,1]\\ x=0; 0\notin(1,2)\end{cases}$$

f (0)=2

f (1)=3

f (2)=-3

Sol.- En x=1, f admite máximo: f (1)=3

En x=2, f admite mínimo: f (2)=-3

716.- $f'(x)=\begin{cases}-2x+3, si; x\in[0,2]\\ -2x+2, si; x\in(2,3]\end{cases} \Rightarrow f'(x)=0$

$$\Rightarrow \begin{cases}-2x+3=0; x\in[0,2]\\ -2x+2=0; x\in(2,3]\end{cases}$$

$\Rightarrow \begin{cases}x=\frac{3}{2} con \frac{3}{2}\in(0,2)\\ x=1; con 1\notin(2,3)\end{cases}$ por examinar $x=\frac{3}{2}$;

$f''(x)=-2<0 \therefore f''(\frac{3}{2})=-2,$ esto es, en $x=\frac{3}{2}$,

existe máximo relativo.

f (0)=3; f$(\frac{3}{2})=0$, f (2)=-1, f (3)=-4

Sol.- En x=3, f admite mínimo; f (3)=-4

En x=0, f admite máximo; f (0)=3

717.- $y^{\frac{1}{3}}=3-x^{\frac{1}{3}} \Rightarrow y=(3-x^{\frac{1}{3}})^3 \Rightarrow f(x)=(3-x^{\frac{1}{3}})^3$

$$\Rightarrow f'(x)=3(3-x^{\frac{1}{3}})^2(-\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}})=\frac{-\cancel{3}(3-x^{\frac{1}{3}})^2}{\cancel{3}x^{\frac{2}{3}}}$$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{-(3-x^{\frac{1}{3}})^2}{x^{\frac{2}{3}}};\ f'(x)=0\Rightarrow -(3-x^{\frac{1}{3}})^2=0$$

$$\Rightarrow (3-x^{\frac{1}{3}})^2=0\Rightarrow 3-x^{\frac{1}{3}}=0\Rightarrow x^{\frac{1}{3}}=3\Rightarrow x=27;$$

$$27\notin(-27,27)\therefore f(-27)=(3-\sqrt[3]{-27})^3=216$$

$$f(27)=(3-\sqrt[3]{27})^3=0$$

Sol.- En x=27, f admite mínimo: f (27)=0

En x=-27, f admite máximo: f(-27)=216

Sección LXXI.- Dada f tal como se indica a continuación, encontrar todos los valores de x_0, que satisfacen el teorema del valor medio, esto es, dado además los valores de a y b

718.- $f(x)=3; a=-1, b=2$

719.- $f(x)=x; a=-3, b=3$

720.- $f(x)=2x+1; a=-2, b=5$

721.- $f(x)=\cos x; a=0, b=\pi$

722.- $f(x)=senx; a=\frac{\pi}{2}, b=\pi$

723.- $f(x)=\frac{x+3}{x+2}; a=1, b=2$

724.- $f(x)=x^2-5x-6; a=1, b=3$

725.- $f(x)=x^3-2x^2+10x; a=-1, b=2$

726.- $f(x)=x+5; a=-3, b=0$

727.- $f(x)=\pi; a=-\pi, b=\pi$

Soluciones:

718.- $\begin{matrix} f(a)=f(-1)=3 \\ f(b)=f(2)=3 \end{matrix}\Rightarrow\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=\frac{3-3}{2+1}=0$

$f'(x_0)=0\Rightarrow 0=0.$ Todos los $x_0\in[-1,2]$ satisfacen el T.V.M

719.- $\begin{matrix} f(a)=f(-3)=-3 \\ f(b)=f(3)=3 \end{matrix}\Rightarrow\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=\frac{3+3}{3+3}=1$

$f'(x_0)=1\Rightarrow 1=1.$ Todos los $x_0\in[-3,3]$ satisfacen el T.V.M

720.- $\begin{matrix} f(a)=f(-2)=-3 \\ f(b)=f(5)=11 \end{matrix} \Rightarrow \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=\dfrac{11+3}{5+2}=2$

$f'(x_0)=2 \Rightarrow 2=2.$ Todos los $x_0 \in [-2,5]$ satisfacen el T.V.M

721.- $\begin{matrix} f(a)=f(0)=\cos 0=1 \\ f(b)=f(\pi)=\cos\pi=-1 \end{matrix} \Rightarrow \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=\dfrac{-1-1}{\pi-0}=\dfrac{-2}{\pi}$

$f'(x_0)=-senx \Rightarrow -senx_0=\dfrac{-2}{\pi} \Rightarrow x_0=arcsen\dfrac{2}{\pi}$

$x_0=arcsen\dfrac{2}{\pi},$ Satisface el T.V.M

722.- $\begin{matrix} f(a)=f(\frac{\pi}{2})=sen\frac{\pi}{2}=1 \\ f(b)=f(\pi)=sen\pi=0 \end{matrix} \Rightarrow \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=\dfrac{0-1}{\pi-\frac{\pi}{2}}=\dfrac{-1}{\frac{\pi}{2}}=\dfrac{-2}{\pi}$

$f'(x_0)=\cos x \Rightarrow \cos x_0=\dfrac{-2}{\pi} \Rightarrow x_0=\arccos(\dfrac{-2}{\pi}) \Rightarrow x_0=\arccos(-\dfrac{2}{\pi})$

$x_0=\arccos(-\dfrac{2}{\pi})$ Satisfacen el T.V.M

723.- $\begin{matrix} f(a)=f(1)=\dfrac{1+3}{1+2}=\dfrac{4}{3} \\ f(b)=f(2)=\dfrac{2+3}{2+2}=\dfrac{5}{4} \end{matrix} \Rightarrow \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=\dfrac{\frac{5}{4}-\frac{4}{3}}{1}=\dfrac{-1}{12}$

$f'(x_0)=\dfrac{(x_0+2)-(x_0+3)}{(x_0+2)^2}=\dfrac{x_0+2-x_0-3}{(x_0+2)^2}=\dfrac{-1}{(x_0+2)^2} \Rightarrow$

$-\dfrac{1}{(x_0+2)^2}=-\dfrac{1}{12} \Rightarrow (x_0+2)^2=12 \Rightarrow x_0^{\,2}+4x_0+4=12 \Rightarrow$

$x_0^{\,2}+4x_0-8=0 \Rightarrow x_0=\dfrac{-4\pm\sqrt{16+32}}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow x_0=\dfrac{-4\pm\sqrt{48}}{2} \Rightarrow x_0=\dfrac{-4\pm4\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x_0=-2\pm2\sqrt{3}$

$x_0=-2+2\sqrt{3},$ Satisface el T.V.M.

$x_0=-2-2\sqrt{3} \notin [1,2]$

724.- $\begin{matrix} f(a)=f(1)=1-5-6=-10 \\ f(b)=f(2)=9-15-6=12 \end{matrix} \Rightarrow \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=\dfrac{-12+10}{3-1}=$

$$= \frac{-2}{2} = -1 \quad f'(x_0) = 2x_0 - 5 \Rightarrow 2x_0 - 5 = -1 \Rightarrow 2x_0 = 4 \Rightarrow x_0 = 2$$

$x_0 = 2,$ Satisface el T.V.M

725.- $\begin{matrix} f(a) = f(-1) = -1 - 2 - 10 = -13 \\ f(b) = f(2) = 8 - 8 + 20 = 20 \end{matrix} \Rightarrow \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{20 + 13}{2 + 1} =$

$$= \frac{33}{3} = 11; \; f'(x_0) = 3x_0^{\,2} - 4x_0 + 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x_0^{\,2} - 4x_0 + 10 = 11 \Rightarrow 3x_0^{\,2} - 4x_0 - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_0 = \frac{4 \pm \sqrt{16+1}}{6} \Rightarrow x_0 = \frac{4 \pm \sqrt{28}}{6} = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{6} \Rightarrow$$

$\Rightarrow x_0 = \dfrac{2 - \sqrt{7}}{3},$ Satisface el T.V.M

$x_0 = \dfrac{2 + \sqrt{7}}{3}$ *Idem*

726.- $\begin{matrix} f(a) = f(-3) = -3 + 5 = 2 \\ f(b) = f(0) = 0 + 5 = 5 \end{matrix} \Rightarrow \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{5 - 2}{0 + 2} = 1$

$f(x) = 1 \Rightarrow 1 = 1;$ Todos los $x_0 \in [-3, 0]$ Satisface el T.V.M

727.- $\begin{matrix} f(a) = f(-\pi) = \pi \\ f(b) = f(\pi) = \pi \end{matrix} \Rightarrow \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{\pi - \pi}{\pi + \pi} = 0;$

$f(x_0) = 0 \Rightarrow 0 = 0;$ Todos los $x_0 \in [-\pi, \pi]$ Satisface el T.V.M

Sección LXXII.- Determinar los intervalos para los cuales, la función es creciente o decreciente, además de los puntos singulares si lo hubiere.

728.- $f(x) = x + 3$ | 729.- $f(x) = -3x + \frac{1}{3}$

730.- $f(x) = x^2 - 1$ | 731.- $f(x) = x^2 + x$

732.- $f(x) = 3x^2 + 6$ | 733.- $f(x) = x^2 + 4x + 1$

734.- $f(x) = x^2 - 3x - 8$ | 735.- $f(x) = -x^2 + 3x + 4$

736.- $f(x) = x^4 + 2x^3$ | 737.- $f(x) = -\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x - 6$

738.- $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ | 739.- $f(x) = \frac{3x - 2}{2x + 3}$

Soluciones:

728. $f'(x)=1 \Rightarrow f'(x)>0,$ para toda $x \in R.$

Sol.- Creciente en todo R, sin puntos singulares.

729. $f'(x)=-3 \Rightarrow f'(x)<0,$ para toda $x \in R.$

Sol.- Decreciente en todo R, sin puntos singulares

730. $f'(x)=2x; f'(x)>0 \Rightarrow 2x>0 \Rightarrow x>0; f'(x)<0$
$\Rightarrow 2x<0 \Rightarrow x<0$

Sol.- Creciente en R^{+}; decreciente en R^{-}; punto singular en: x=0

731. $f'(x)=2x+1; f'(x)>0 \Rightarrow 2x+1>0 \Rightarrow x>-\frac{1}{2};$
$f'(x)<0 \Rightarrow 2x+1<0 \Rightarrow x<-\frac{1}{2}$

Sol.- Creciente en $(-\frac{1}{2},\infty)$; decreciente en $(-\infty,-\frac{1}{2})$; punto singular en: x=$-\frac{1}{2}$

732. $f'(x)=12x; f'(x)>0 \Rightarrow 12x>0 \Rightarrow x>0;$
$f'(x)<0 \Rightarrow 12x<0 \Rightarrow x<0$

Sol.- Creciente en R^{+}; decreciente en R^{-}; punto singular en: x=0

733. $f'(x)=2x+4; f'(x)>0 \Rightarrow 2x+4>0 \Rightarrow x>-2;$
$f'(x)<0 \Rightarrow 2x+4<0 \Rightarrow x<-2$

Sol.- Creciente en $(-2,\infty)$; decreciente en $(-\infty,-2)$; punto singular en: x=-2

734. $f'(x)=2x-3; f'(x)>0 \Rightarrow 2x-3>0 \Rightarrow x>\frac{3}{2};$
$f'(x)<0 \Rightarrow 2x-3<0 \Rightarrow x<\frac{3}{2}$

Sol.- Creciente en $(\frac{3}{2},\infty)$; decreciente en $(-\infty,\frac{3}{2})$; punto singular en: x=$\frac{3}{2}$

735. $f'(x)=-2x+3; f'(x)>0 \Rightarrow -2x+3>0 \Rightarrow x>\frac{3}{2};$
$f'(x)<0 \Rightarrow -2x+3<0 \Rightarrow x>\frac{3}{2}$

Sol.- Creciente en $(-\infty,\frac{3}{2})$; decreciente en $(\frac{3}{2},\infty)$; punto singular en: x=$\frac{3}{2}$

736. $f'(x)=4x^3+6x^2$; $f'(x)=0 \Rightarrow 4x^3+6x^2=0$

-2 -3/2 -1 0 1

- - - - - -	- - - -	+ + +
- - - - - -	+ + +	+ + +
+	-	+

$\Rightarrow 2x^2(2x+3)=0$

$f'(x)>0, si; x\in(-\infty,-\frac{3}{2})\cup(0,\infty)$

$f'(x)<0, si; x\in(-\frac{3}{2},0)$

Sol.- f Creciente en $(-\infty,-\frac{3}{2})\cup(0,\infty)$; f decreciente en $(-\frac{3}{2},\infty)$; puntos singulares en: x=$-\frac{3}{2}$, x=0

737. $f'(x)=-x^2-2x+3=-(x^2+2x-3)=(x+3)(x-1);$

$f(x)>0 \Rightarrow -(x+3)(x-1)>0 \Rightarrow (x+3)(x-1)<0 \Rightarrow$

$$\left.\begin{array}{l} x+3>0 \\ x-1<0 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x+3>-3 \\ x<1 \end{array}\right| \Rightarrow -3<x<1$$

ó

$$\left.\begin{array}{l} x+3<0 \\ x-1>0 \end{array}\right| \quad \left.\begin{array}{l} x<-3 \\ x>1 \end{array}\right| \quad \phi$$

$f'(x)<0 \Rightarrow -(x+3)(x-1)<0 \Rightarrow (x+3)(x-1)>0 \Rightarrow$
$x<-3 ó x>1$

Sol.- f Creciente en $(-3,1);$; f decreciente en $(-\infty,-3)\cup(1,\infty);$ puntos singulares en: x=-3, x=1

738. $f'(x)=\frac{(x^2+1)-x(2x)}{(x^2+1)^2}=\frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2}=\frac{1-x^2}{(x^2+1)^2};$

$$f'(x)>0 \Rightarrow \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}>0 \Rightarrow 1-x^2>0 \Rightarrow 1>x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -1<x<1;\ f'(x)=0 \Rightarrow \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}<0 \Rightarrow 1-x^2<0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1<x^2 \Rightarrow x<-1 ó x>1$$

Sol.- f Creciente en $(-1,1)$; f decreciente en $(-\infty,-1)\cup(1,\infty)$; puntos singulares en: x=-1 , x=1

739. $f'(x)=\frac{(2x+3)3-(3x-2)2}{(2x+3)^2}=\frac{6x+9-6x+4}{(2x+3)^2}=\frac{13}{(2x+3)^2};$

$f'(x)>0 \Rightarrow \frac{13}{(2x+3)^2}>0,$ para todo $x\in R$

Sol.- Creciente en todo R; sin puntos singulares.

Sección LXXIII.- Aplicando el criterio del a segunda derivada, encontrar los máximos y mínimos (si los hubiere) de:

740. $f'(x)=3;\ f'(x)\neq 0$ para todo $x\in R$.

Sol.- No tiene máximo ni minimo.

741. $f'(x)=2x-2;\ f'(x)=0 \Rightarrow 2x-2=0 \Rightarrow x=1;$ $f''(x)=2 \Rightarrow f''(x)>0,$ para todo $x\in R$.

Sol.- En x=1, f admite un minimo.

742. $f'(x)=4x^3+6x^2;\ f'(x)=0 \Rightarrow 4x^3+6x^2=0 \Rightarrow$.

$$\Rightarrow x^2(4x+6)=0 \Rightarrow x_1=0, x_2=-\frac{3}{2};\ f''(x)=12x^2+12x;$$

$$f''(0)=0,$$

Lo cual no da información $f''(-\frac{3}{2})=12.\frac{9}{4}+12(-\frac{3}{2})=9;$ $f''(-\frac{3}{2})>0$

Sol.- En x=$-\frac{3}{2}$, f admite un minimo.

743. $f'(x)=2x+\frac{-2.2x}{x^4}=2x-\frac{4}{x^3}=\frac{2x^4-4}{x^3}=$

$$f'(x)=0 \Rightarrow 2x^4-4=0 \Rightarrow x^4=2 \Rightarrow x=\sqrt[4]{2} ó x=-\sqrt[4]{2}$$

$$f''(x)=\frac{x^3(8x^3)-(2x^4-4)3x^2}{x^6}=\frac{x(8x^2)-3(2x^4-4)}{x^4}=$$

$$=\frac{8x^4-6x^4+12}{x^4}=\frac{2x^4+12}{x^4};\ f''(\sqrt[4]{2})=\frac{2.2+12}{2}=8>0;$$

$$f''(-\sqrt[4]{2})=8>0.$$

Sol.- En x= $\sqrt[4]{2}$ y x=- $\sqrt[4]{2}$, f admite mínimos.

744. $f'(x)=3x^2-2x+1;\ f'(x)=0 \Rightarrow 3x^2-2x+1=0 \Rightarrow x=\frac{2\pm\sqrt{4-12}}{2}$ Sol.-f no admite $con \sqrt{-8} \notin R$

máximo ni mínimo.

745. $f'(x)=x^3-5x^2+6x;\ f'(x)=0 \Rightarrow x^3-5x^2+6x=0$

$$\Rightarrow x(x^2-5x+6)=0 \Rightarrow x(x-3)(x-2)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=0, x=3, x=2;\ f''(x)=3x^2-10x+6;$$

$$f''(0)=6>0;\ f''(3)=27-30+6=3>0;$$

$$f''(2)=12-20+6=-2<0$$

Sol.- En x=0, x=3 f admite mínimo

En x=2, f admite máximo

746. $f'(x)=x.\frac{1}{2}(x+1)^{-\frac{1}{2}}+\sqrt{x+1}=\frac{x}{2\sqrt{x+1}}+\sqrt{x+1}=$

$$=\frac{x+2(x+1)}{2\sqrt{x+1}}=\frac{3x+2}{2\sqrt{x+1}};\ f'(x)=0 \Rightarrow 3x+2=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x=-\frac{2}{3};\ f''(x)=\frac{2\sqrt{x+1}.3-(3x+2)2.\frac{1}{2}(x+1)^{-\frac{1}{2}}}{4(x+1)}$$

$$=\frac{6\sqrt{x+1}-\frac{3x+2}{\sqrt{x+1}}}{4(x+1)}=\frac{\frac{6(x+1)-(3x+2)}{\sqrt{x+1}}}{4(x+1)}=\frac{6x+6-3x-2}{4(x+1)\sqrt{x+1}}=$$

$$=\frac{3x+4}{4(x+1)\sqrt{x+1}};\ f''(-\frac{2}{3})=\frac{3(-\frac{2}{3})+4}{4(-\frac{2}{3}+1)\sqrt{\frac{2}{3}+1}}=\frac{2}{\frac{4}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}}>0$$

Sol.- En x= $-\frac{2}{3}$ f presenta mínimo

747. $f'(x)=1+\frac{-1}{(x+1)^2}=\frac{(x+1)^2-1}{(x+1)^2}=\frac{x^2+2x+1-1}{(x+1)^2}=$

$=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2};\ f'(x)=0\Rightarrow x^2+2x=0\Rightarrow x(x+2)=0$

$\Rightarrow x=0, x=-2;\ f''(x)=\frac{(x+1)^2(2x+2)-(x^2+2x)2(x+1)}{(x+1)^4}$

$=\frac{(x+1)(2x+2)-2(x^2+2x)}{(x+1)^3}=\frac{2x^2+2x+2x+2-2x^2-4x}{(x+1)^3}=$

$=\frac{2}{(x+1)^3};\ f''(0)=2>0;\ f''(-2)=-2<0$

Sol.- En x=0, x=3 f presenta mínimo

En x=-2, f presenta máximo

748. $f'(x)=(x+1)2(x-1)+(x-1)^2=$

$=2(x^2-1)+(x-1)^2=2x^2-2+x^2-2x+1=$

$=3x^2-2x-1;\ f'(x)=0\Rightarrow 3x^2-2x-1=0\Rightarrow$

$x=\frac{2\pm\sqrt{4+12}}{6}=\frac{2\pm 4}{6}\Rightarrow x=1, x=-\frac{1}{3};$

$f''(x)=6x-2\Rightarrow f''(1)=6-2=4>0;\ f''(-\frac{1}{3})=6(-\frac{1}{3})-2=$

$=-4<0$

Sol.-f En: x=1, f admite mínimo

En x=-$-\frac{1}{3}$, f admite máximo

749. $f'(x)=\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}-\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}=\frac{2}{3x^{\frac{1}{3}}}-\frac{5x^{\frac{2}{3}}}{3}=\frac{2-x}{3x^{\frac{1}{2}}};$

$f'(x)=0\Rightarrow 2-x=0\Rightarrow x=2;$

$f''(x)=\frac{-3x^{\frac{1}{3}}-(2-x)x^{-\frac{2}{3}}}{9x^{\frac{2}{3}}}=\frac{-3x^{\frac{1}{3}}-2x^{-\frac{2}{3}}+x^{\frac{1}{3}}}{9x^{\frac{2}{3}}};$

$f''(2)=\frac{-2\sqrt[3]{2}-2.\frac{1}{\sqrt[3]{4}}}{9x^{\frac{2}{3}}}<0$

Sol.- En x=2, f admite máximo.

Sección LXXIV.- Dar un ejemplo que muestre el incumplimiento del teorema de los valores extremos, si:

750. f no es una función continua

751. el intervalo no es cerrado

752. f no es acotada

Dar un ejemplo que muestre el incumplimiento del teorema de Rolle, Si:

753. f no es derivable en un punto (x_0) interior del intervalo en cuestión.

754. $f(a) \neq f(b)$

755. Dar un ejemplo que ilustre físicamente el teorema del valor medio.

Dar un ejemplo que muestre una función tal que:

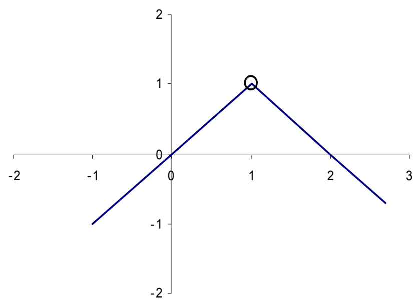
756. tenga un punto máximo, pero sea derivable en el mismo

757. tenga un punto mínimo, pero no sea derivable en el mismo

758. Sea derivable en cada uno de sus puntos, pero no tenga máximo.

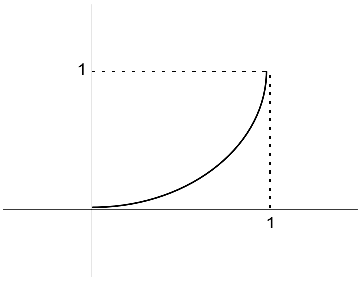
Soluciones:

750. $f(x) = \begin{cases} x, & si \quad x \in (-\infty, 1) \\ -x+2, & si \quad x \in (1, \infty) \end{cases}$



f discontinua en x=1. No admite máximo.

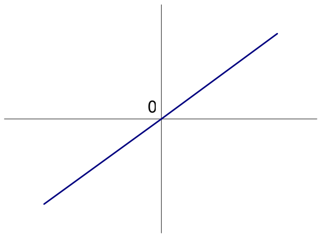
751. $f(x) = x^2, x \in (0,1)$



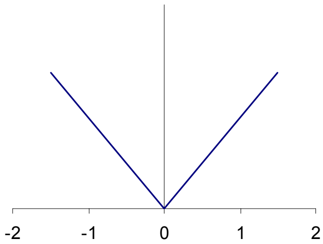
f tal como se muestra, no admite máximo, ni mínimo.

752. $f(x)=x, x \in (-\infty,\infty)$

Se hace evidente que f no admite máximo, ni mínimo.



753.



$f(x)=|x|, x \in [-1,1]$

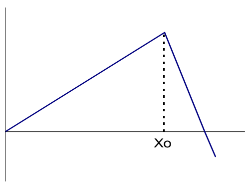
¿ $f'(0)=0$?

Evidentemente No.

754. $f(x)=x, x \in [-2,2]$. Basta ver la figura de (752) donde se evidencia la situación

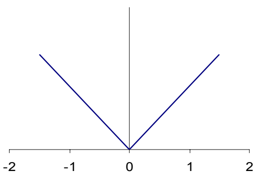
755. Preséntese un caso de un móvil que al desplazarse entre dos puntos cambia frecuentemente de rapidez. La interpretación del teorema en este caso relaciona el promedio de rapidez, y los valores similares de rapidez en algunos puntos de la trayectoria.

756.-



La función mostrada, admite un máximo en x_0, más no es derivable en el.

757. Análogo para el mínimo que la función presenta en x_0



$f(x)=x,$ es derivable en cada punto, pero no admite máximo en R

Sección LXXV.- Dada las siguientes funciones, determinar el intervalo, en que estas son crecientes o decrecientes, además de señalar los puntos singulares:

759.- $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ 760.- $g(x) = x^2 - 5x - 3$

761.- $h(x) = -3x - 1$ 762.- $F(x) = senx$

763.- $G(x) = \cos x$ 764.- $H(x) = tgx$

Soluciones:

759.- $f'(x) = 9x^2 + 2; f'(x) > 0 \Rightarrow 9x^2 + 2 > 0$ para todo $x \in R$

Sol.-f creciente en todo R

760.- $g'(x) = 2x - 5; g'(x) > 0 \Rightarrow 2x - 5 > 0 \Rightarrow x > \frac{5}{2};$

$g'(x) < 0 \Rightarrow 2x - 5 < 0 \Rightarrow x < \frac{5}{2}$

Sol.- g creciente en $(\frac{5}{2}, \infty)$

g decreciente en $(-\infty, \frac{5}{2})$

Punto singular: x=$\frac{5}{2}$

761.- $h'(x) = 3 \Rightarrow h'(x) < 0$ para todo $x \in R$

Sol.- h decreciente en todo R

762.- $F'(x) = \cos x; F'(x) > 0 \Rightarrow \cos x > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in [0, \frac{\pi}{2}) \cup (3\frac{\pi}{2}, 2\pi); F'(x) < 0 \Rightarrow \cos x < 0 \Rightarrow$

$x \in (\frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2})$

Sol.- F es creciente en: $[0, \frac{\pi}{2}) \cup (3\frac{\pi}{2}, 2\pi)$

F es decreciente en $(0, \pi)$

Punto singular: x=π

763.- $G'(x) = -senx; G'(x) > 0 \Rightarrow -senx > 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow senx < 0 \Rightarrow x \in (\pi, 2\pi); G'(x) < 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow -senx < 0 \Rightarrow senx > 0 \Rightarrow x \in [0, \pi)$

Sol.- G es creciente en $(\pi, 2\pi)$

G es decreciente en $(0, \pi)$

Punto singular: x= π

764.- $H'(x) = \sec^2 x; H'(x) > 0 \Rightarrow \sec^2 x > 0$ para todo $x \in R$

Sol.- H es creciente en todo R (donde H esté definida)

Sección LXXVI.- Dada las funciones siguientes, determinar los intervalos en que esta muestra concavidad hacia arriba o concavidad hacia abajo.

765.- $h(x) = 3$

766.- $f(x) = 2x$

767.- $g(x) = x^3$

768.- $h(x) = x^3 - 1$

769.- $f(x) = x^2 - 9$

770.- $g(x) = x^3 + x^2$

771.- $h(x) = x^4 - 3x$

772.- $f(x) = \frac{5}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + x + 1$

773.- $g(x) = \dfrac{x^2 - 1}{2}$

774.- $h(x) = -x^2 + 2x - 1$

775.- $F(x) = senx$

776.- $G(x) = \cos x$

Soluciones:

765.- $h'(x) = 0 \Rightarrow h''(x) = 0$

Sol.- No representa ningún tipo de concavidad (es una recta)

766.- $f'(x) = 2 \Rightarrow f''(x) = 0$

Sol.- No representa ningún tipo de concavidad (es una recta)

767.- $g'(x) = 3x^2 \Rightarrow g''(x) = 6x : g''(x) > 0 \Rightarrow 6x > 0$

$\Rightarrow x > 0; g''(x) < 0 \Rightarrow 6x < 0 \Rightarrow x < 0$

Sol.- concav hacia arriba: R^+

concav hacia abajo: R^-

768.- $h'(x) = 3x^2 \Rightarrow h''(x) = 6x$

Sol.- Análoga a la anterior

769.- $f'(x) = 2x \Rightarrow f''(x) = 2; f''(x) > 0$ para todo $x \in R$

Sol.- concav. hacia arriba: R

770.- $g'(x)=3x^2+2x \Rightarrow g''(x)=6x+2; g''(x)>0 \Rightarrow$

$6x+2>0 \Rightarrow x>-\frac{1}{3}; g''(x)<0 \Rightarrow 6x+2<0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x<-\frac{1}{3}.$

Sol.- concav. hacia arriba: $(-\frac{1}{3},\infty)$

concav. hacia abajo: $(-\infty,-\frac{1}{3})$

771.- $h'(x)=-4x^3-3 \Rightarrow h''(x)=-12x^2; h''(x)>0 \Rightarrow$

$-12x^2>0 \Rightarrow 12x^2<0*$

No existe $x \in R$ tal que 12x<0

Sol.- concav hacia abajo: R

772.- $f'(x)=5x^2+5x+1 \Rightarrow f''(x)=10x+5; f''(x)>0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 10x+5>0 \Rightarrow x>-\frac{1}{2}; f''(x)<0 \Rightarrow 10x+5<0 \Rightarrow$

$x<-\frac{1}{2}$

Sol.- concav hacia arriba: $(-\frac{1}{2},\infty)$

concav hacia abajo: $(-\infty,-\frac{1}{2})$

773.- $g'(x)=2x \Rightarrow g''(x)=2 \Rightarrow g''(x)>0$ para todo $x \in R$

Sol.- concav hacia arriba: R

774.- $h'(x)=-2x+2 \Rightarrow h''(x)=-2 \Rightarrow h''(x)<0$ para todo $x \in R$

775.- $F'(x)=\cos x \Rightarrow F''(x)=-senx; F''(x)>0 \Rightarrow$

$-senx>0 \Rightarrow senx<0 \Rightarrow x \in (\pi,2\pi);$

$F''(x)<0 \Rightarrow -senx<0 \Rightarrow senx>0 \Rightarrow x \in (0,\pi)$

Sol.- concav hacia arriba: $(\pi,2\pi)$

concav hacia abajo: $(0,\pi)$

776.- $G'(x)=-senx \Rightarrow G''(x)=-\cos x; G''(x)>0 \Rightarrow$

$$-\cos x > 0 \Rightarrow \cos x < 0 \Rightarrow x \in (\frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2}); G''(x) < 0$$

$$\Rightarrow -\cos x < 0 \Rightarrow \cos x > 0 \Rightarrow x \in (0, \frac{\pi}{2}) \cup (3\frac{\pi}{2}, 2\pi)$$

Sol.- concav hacia arriba: $(\frac{\pi}{2}, 3\frac{\pi}{2})$

concav hacia abajo: $(0, \frac{\pi}{2}) \cup (3\frac{\pi}{2}, 2\pi)$

Sección LXXVII.- Determinar los posibles máximos y mínimos de:

777.- $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$ 778.- $g(x) = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$

779.- $h(x) = 3x^2 + 2x - 1$ 780.- $F(x) = x - 1$

781.- $G(x) = senx$ 777.- $H(x) = \cos x$

Soluciones:

777.- $f'(x) = 9x^2 + 2 \Rightarrow f'(x) \neq 0$ para todo $x \in R$

Sol.- f no admite máximo ni mínimo en R

778.- $g'(x) = 2x^2 + x - 3; g'(x) = 0 \Rightarrow 2x^2 + x - 3 = 0 \Rightarrow$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{4} \Rightarrow x = \frac{-1 \pm 5}{4} \Rightarrow x = 1, x = -\frac{3}{2};$$

$$g''(x) = 4x + 1 \Rightarrow g''(1) = 5 > 0; g''(-\frac{3}{2}) = -\frac{3}{2}.4 + 1 =$$

$$= -5 < 0$$

Sol.- g admite mínimo en x=1; g admite máximo en x=$-\frac{3}{2}$

779.- $h'(x) = 2x + 6; h'(x) = 0 \Rightarrow 2x + 6 = 0 \Rightarrow x = -3;$

$$h''(x) = 2 > 0$$

Sol.- h admite mínimo en x=-3

780.- $F'(x) = 1 \Rightarrow F'(x) \neq 0$ para todo $x \in R$

Sol.- F no admite máximo ni mínimo en R.

781.- $G'(x) = \cos x, ... x = (\frac{2k+1}{2}), k \in Z; G''(x) = -senx$

$$\therefore G''(\frac{\pi}{2}) = -sen\frac{\pi}{2} = -1 < 0; G''(3\frac{\pi}{2}) = -sen3\frac{\pi}{2} =$$

$=1>0$

Sol.- para: $x=\frac{\pi}{2}+2\pi;$ G muestra máximos

para: $x=3\frac{\pi}{2}+2\pi;$ G muestra mínimos

782.- $H'(x)=-senx; H'(x)=0 \Rightarrow -senx=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow senx=0 \Rightarrow x=k\pi, k\in Z; H''(x)=-\cos x$

$\Rightarrow H''(0)=-\cos 0=-1<0; H''(\pi)=-\cos\pi=1>0$

Sol.- En x= $2k\pi,$ H muestra máximos En: x= $(2k\pi+1)\pi,$ H muestra mínimos.

Sección LXXVIII.- Mediante el uso uso del a reglad e L`Hopital, calcular los siguientes límites.

783.- $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}$

784.- $\lim\limits_{\theta\to 0}\frac{sen\theta}{\theta}$

785.- $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln sen^2x}{ctgx}$

786.- $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{e^x+x}{e^x+\ln x}$

787.- $\lim\limits_{x\to a}\frac{x^2-a^2}{x-a}, a>0$

788.- $\lim\limits_{x\to +\infty}\frac{x^3+3}{2x^3+x}$

789.- $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln x$

790.- $\lim\limits_{x\to 0}(ctgx-\frac{1}{x})$

791.- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{senx-e^x+1}{x^2}$

792.- $\lim\limits_{x\to 1}(1+\frac{1}{x})^x$

793.- $\lim\limits_{x\to\infty} xe^{-x}$

794.- $\lim\limits_{x\to 1}\frac{1-e^{x-1}}{1-x}$

795.- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{senx}{\sqrt{x+1}-1}$

796.- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{\sqrt{x^2+1}-1}$

797.- $\lim\limits_{\theta\to 0}\frac{e^{tg\theta}-1}{\sqrt{\theta+4}-2}$

798.- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{senx-tgx}{x^3}$

799.- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-\ln|1+x|}{1-\cos x}$

800.- $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}-x}{senx-x}$

801.- $\lim\limits_{x\to 0^+}(senx)^x$

802.- $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{senx}$

Soluciones:

783.- Indeterminación: $\frac{0}{0}\therefore$

$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x-3}=\lim_{x\to 3}\frac{2x}{1}=\lim_{x\to 3}2x=6$$

784.- Indeterminación: $\frac{0}{0}\therefore$

$$\lim_{x\to 0}\frac{senx}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x}{1}=\lim_{x\to 0}\cos x=1$$

785.- Indeterminación: $\frac{\infty}{\infty}$

$$\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln sen^2x}{ctgx}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{sen^2x}.2senx\cos x}{-\cos ec^2x}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{2senx\cos x}{\cancel{sec^2}\,x(-\cancel{\cos ec^2}\,x)}=\lim_{x\to 0}(-2senx\cos x)=0$$

786.- Indeterminación: $\frac{\infty}{\infty}$

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{e^x+x}{e^x+\ln x}=\lim_{x\to +\infty}\frac{e^x+1}{e^x+\frac{1}{x}}=\lim_{x\to +\infty}\frac{x(e^x+1)}{xe^x+1}=6$$

Indeterminación: $\frac{\infty}{\infty}\therefore$

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{x(e^x+1)}{xe^x+e^x}=\lim_{x\to +\infty}\frac{xe^x+e^x+1}{xe^x+e^x}=\lim_{x\to +\infty}\frac{xe^x+e^x+e^x}{xe^x+e^x+e^x}=$$
$$=\lim_{x\to +\infty}1=1$$

787.- Indeterminación: $\frac{0}{0}\therefore$

$$\lim_{x\to a}\frac{x^2-a}{x-a}=\lim_{x\to a}\frac{2x}{1}=2a$$

788.- Indeterminación: $\frac{\infty}{\infty}\therefore$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3+3}{2x^3+x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^2}{6x^2+1};(\frac{\infty}{\infty})\Rightarrow$$
$$\lim_{x\to+\infty}\frac{3x^2}{6x^2+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{6x}{12x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

789.- Indeterminación: $(0,\infty)$. se reduce a forma $\frac{\infty}{\infty}\therefore$

$$\lim_{x\to0^+}x\ln x=\lim_{x\to0^+}\frac{\ln x}{\frac{1}{x}}=\lim_{x\to0^+}=\frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}}=\lim_{x\to0^+}(-x)=0$$

790.- Indeterminación: $(\infty-\infty)$ Se reduce a la forma: $\frac{0}{0}\therefore$

$$\lim_{x\to0}(ctgx-\frac{1}{x})=\lim_{x\to0}\frac{xctgx-1}{x}=$$
$$=\lim_{x\to0}\frac{x-tgx}{xtgx}:(\frac{0}{0})\therefore\lim_{x\to0}\frac{x-tgx}{xtgx}=$$
$$=\lim_{x\to0}\frac{1-\sec^2x}{tgx+x\sec^2x}=\lim_{x\to0}\frac{1-\frac{1}{\cos^2x}}{\frac{senx}{\cos x}+\frac{x}{\cos^2x}}=$$
$$=\lim_{x\to0}\frac{\cos^2x-1}{senx\cos x+x}=\lim_{x\to0}\frac{-sen^2x}{\frac{1}{2}sen2x+x}:(\frac{0}{0})$$
$$=\lim_{x\to0}\frac{-sen^2x}{\frac{1}{2}sen2x+x}=\lim_{x\to0}\frac{(-2senx\cos x)}{\cos2x+1}=0$$

791.- Indeterminación: $\frac{0}{0}\therefore$

$$\lim_{x\to0}\frac{senx-e^x+1}{x^2}=\lim_{x\to0}\frac{\cos x-e^x}{2x}:(\frac{0}{0})\ \lim_{x\to0}\frac{\cos x-e^x}{2x}=\lim_{x\to0}\frac{-senx-e^x}{2}=-\frac{1}{2}$$

792.- Indeterminación: (1^∞)

$$sea\phi(x)=(1+\frac{1}{x})^x\Rightarrow\ln\phi(x)=\ln(1+\frac{1}{x})^x\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\ln\phi(x)=x\ln(1+\frac{1}{x})^x\therefore$$
$$\lim_{x\to+\infty}\ln\phi(x)=\lim_{x\to+\infty}x\ln(1+\frac{1}{x}):(\infty.0)$$

$$\lim_{x\to+\infty} x\ln(1+\frac{1}{x}) = \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(1+\frac{1}{x})}{\frac{1}{x}} : (\frac{0}{0}) \therefore$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(1+\frac{1}{x})}{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{1+\frac{1}{x}}\cdot(-\cancel{\frac{1}{x^2}})}{-\cancel{\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x\to+\infty}\frac{1}{1+x^2} = 1$$

Dada la continuidad de la función exponencial y logarítmica:

$$\lim_{x\to+\infty}(1+\frac{1}{x})^x = e^{\lim_{x\to+\infty}\phi(x)} =$$

$$= e^{\lim_{x\to+\infty}\ln\phi(x)} = e^1 = e$$

793.- Indeterminación: $(\infty^0) \therefore$

$$sea\phi(x) = x^{e^{-x}} \Rightarrow \ln\phi(x) = e^{-x}\ln x \therefore$$

$$\lim_{x\to+\infty}\ln\phi(x) = \lim_{x\to+\infty} e^{-x}\ln(x) : (0.\infty) \therefore$$

$$\lim_{x\to+\infty} e^{-x}\ln x = \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{e^x} : (\frac{\infty}{\infty}) \therefore$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{e^x} = \lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{1}{x}}{e^x} = 0.$$

De donde:

$$\lim_{x\to+\infty} x^{e^{-x}} = e^{\ln\lim_{x\to+\infty} x^{e^{-x}}} = e^{\lim_{x\to+\infty}\ln x^{e^{-x}}} = e^0 = 1$$

794.- Indeterminación: $(\frac{0}{0}) \therefore$

$$\lim_{x\to1}\frac{1-e^{x-1}}{1-x} = \lim_{x\to1}\frac{-e^{x-1}}{-1} = \lim_{x\to1} e^{x-1} = 1$$

795.- Indeterminación: $(\frac{0}{0}) \therefore$

$$\lim_{x\to0}\frac{senx}{\sqrt{x+1}-1} = \lim_{x\to0}\frac{\cos x}{\frac{1}{2}(x+1)^{-\frac{1}{2}}} = \lim_{x\to0} 2\cos x\sqrt{x+1}$$

796.- Indeterminación: $(\frac{0}{0}) \therefore$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-1}{\sqrt{x^2+1}-1}=\lim_{x\to 0}\frac{-senx}{\frac{1}{\cancel{2}}(x^2+1)^{-\frac{1}{2}}.\cancel{2}x}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{-senx\sqrt{x^2+1}}{x}=\cancel{\lim_{x\to 0}\frac{senx}{x}}^{-1}.\lim_{x\to 0}(-\sqrt{x^2+1})=-1$$

797.- Indeterminación: $(\frac{0}{0})\therefore$

$$\lim_{\theta\to 0}\frac{e^{tg\theta}-1}{\sqrt{\theta+4}-2}=\lim_{\theta\to 0}\frac{e^{tg\theta}\sec^2\theta}{\frac{1}{2}(\theta+4)^{-\frac{1}{2}}}=$$

$$=\lim_{\theta\to 0}\frac{2e^{tg\theta}\sqrt{\theta+4}}{\cos^2\theta}=4$$

798.- Indeterminación: $(\frac{0}{0})\therefore$

$$\lim_{x\to 0}\frac{senx-tgx}{x^3}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-\sec^2 x}{3x^2}:(\frac{0}{0})$$

$$\therefore\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-\sec^2 x}{3x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{-senx-2\sec^2 xtgx}{6x}:$$

$$(\frac{0}{0})\therefore\lim_{x\to 0}\frac{-senx-2\sec^2 xtgx}{6x}=$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{-\cos x-4\sec^2 xtg^2x-2\sec^4 x}{6}=\frac{-3}{6}=-\frac{1}{2}$$

799.- Indeterminación: $(\frac{0}{0})\therefore$

$$\lim_{x\to 0}\frac{x-\ln|1+x|}{1-\cos x}=\lim_{x\to 0}\frac{1-\frac{1}{1+x}}{senx}:(\frac{0}{0})$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\frac{1}{1+x}}{senx}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{(1+x)^2}}{\cos x}=1$$

800.- Indeterminación: $(\frac{0}{0})\therefore$

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}-x}{senx-x}=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}.\frac{1}{2}.\frac{(1-x)+(1+x)}{(1-x)^2}-1}{\cos x-1}$$

$$=\lim_{x\to 0}(\frac{1}{\cancel{2}})\frac{\frac{\cancel{1-x}}{1+x}.\frac{\cancel{2}}{(1-x)^{\cancel{2}}}-1}{\cos x-1}=\lim_{x\to 0}\frac{\frac{1}{1-x^2}-1}{\cos x-1}:(\frac{0}{0})$$

$$\lim_{x\to0}\frac{\frac{1}{1-x^2}-1}{\cos x-1}=\lim_{x\to0}\frac{\frac{2x}{(1-x^2)^2}}{-senx}=\lim_{x\to0}\frac{2x}{-(1-x^2)senx}$$
$$=2\lim_{x\to0}\frac{x}{senx}.\frac{1}{(1-x^2)^2}=-2\lim_{x\to0}\frac{1}{(1-x^2)}=-2$$

801.- Indeterminación: $(0^0)\therefore$

$$sea:\phi(x)=(senx)^x\Rightarrow\ln\phi(x)=x\ln senx\therefore$$
$$\lim_{x\to0^+}\ln\phi(x)=\lim_{x\to0^+}x\ln senx=$$
$$=\lim_{x\to0^+}\frac{x}{senx}(\ln senx)senx=\lim_{x\to0^+}senx\ln senx$$
$$=0.$$

De donde:

$$\lim_{x\to0^+}(senx)^x=e^{\ln\lim_{x\to0^+}(senx)^x}=$$
$$=e^{\lim_{x\to0}\ln(senx)^x}=e^0=1$$

802.- Indeterminación: $(0^0)\therefore$

$$sea:\phi(x)=x^{senx}\Rightarrow\ln\phi(x)=senx\ln x\therefore$$
$$\lim_{x\to0^+}\ln\phi(x)=\lim_{x\to0^+}x\ln senx=$$
$$=\lim_{x\to0^+}(x\ln x)\frac{senx}{x}=\lim_{x\to0^+}x\ln x=0\therefore$$
$$\lim_{x\to0^+}x^{senx}=e^{\ln\lim_{x\to0^+}x^{senx}}=e^{\lim_{x\to0^+}\ln x^{senx}}=$$
$$=e^0=1$$

Sección LXXIX.- Derivar implícitamente con respecto a “x” (y es derivable con respecto a “x”):

803.- $xy=1$

804.- $\frac{x}{y}=2$

805.- $\frac{x+y}{y}=1$

806.- $e^{x+y}=1$

807.- $e^{x^2+y^2}=1$

808.- $sen(x+2y)=1$

809.- $x^2\cos y+\cos(x+y)=0$

810.- $\ln\left|\frac{y}{x}\right|+\ln|y.x|=1$

811.- $xy+\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=a$

812.- $\frac{x+y+x^2+y^2}{x+y}=a$

Soluciones:

803.- $xy'+y=0 \Rightarrow xy'=-y \Rightarrow y'=-\frac{y}{x}$

804.- $\frac{y-xy'}{y^2}=0 \Rightarrow y-xy'=0 \Rightarrow xy'=y \Rightarrow y'=\frac{y}{x}$

805.- $\frac{y(1+y')-(x+y)y'}{y^2}=0 \Rightarrow y+yy'-xy'-yy'=0$

$$\Rightarrow y-xy'=0 \Rightarrow xy'=y \Rightarrow y'=\frac{y}{x}$$

806.- $e^{x+y}(1+y')=0 \Rightarrow 1+y'=0 \Rightarrow y'=-1$

807.- $e^{x^2+y^2}(2x+2yy')=0 \Rightarrow 2x+2yy'=0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow y'=\frac{-2x}{2y} \Rightarrow y'=\frac{-x}{y}$$

808.- $[\cos(x+2y)](1+2y')=0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \cos(x+2y)+2y'\cos(x+2y)=0$$

$$\Rightarrow y'=\frac{-\cos(x+2y)}{2\cos(x+2y)} \Rightarrow y'=-\frac{1}{2}$$

809.- $2x\cos y+x^2(-seny)y'-[sen(x+y)](1+y')=0$

$$2x\cos y-x^2(seny)y'-sen(x+y)-y'sen(x+y)=0$$

$$\Rightarrow y'(-x^2seny-sen(x+y))=-2x\cos y+sen(x+y)$$

$$\Rightarrow y'=\frac{2x\cos y-sen(x+y)}{x^2seny+sen(x+y)}$$

810.- $\frac{1}{\frac{y}{x}}.\frac{xy'-y}{x^2}+\frac{1}{yx}(y+xy')=0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{xy'-y}{yx}+\frac{1}{x}+\frac{y'}{y}=0 \Rightarrow \frac{y'}{y}-\frac{1}{x}+\frac{1}{x}+\frac{y'}{y}=0$$

$$\Rightarrow 2\frac{y'}{y}=0 \Rightarrow y'=0$$

811.- $xy'+y+\frac{y-xy'}{y^2}+\frac{xy'-y}{x^2}=0 \Rightarrow$

$$xy' + y + \frac{1}{y} - \frac{xy'}{y^2} + \frac{y'}{x} - \frac{y}{x^2} = 0 \Rightarrow$$

$$y'(x - \frac{x}{y^2} + \frac{1}{x}) = \frac{y}{x^2} - \frac{1}{y} - y \Rightarrow$$

$$y' = \frac{\frac{y}{x^2} - \frac{1}{y} - y}{x - \frac{x}{y^2} + \frac{1}{x}} = \frac{y^3 - x^2y - x^2y^3}{x^3y^2 - x^3 + xy^2}$$

812.- $$\frac{(x+y)(1+y'+2x+2yy')}{(x+y)^2} = 0 \Rightarrow$$

$$(x+y)(1+y'+2x+2yy') = 0 \Rightarrow$$

$$x + xy' + 2x^2 + 2xyy' + y + yy' + 2xy + 2y^2y' = 0 \Rightarrow$$

$$y'(x + 2xy + y + 2y^2) = -(x + 2x^2 + y + 2xy) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y' = -\frac{x + 2x^2 + y + 2xy}{x + 2xy + y + 2y^2}$$

Sección LXXX.- Resolver los siguientes problemas:

813.- La diferencia de dos números enteros es 10. ¿Cuáles son esos números tal que hacen el producto, el menor posible?

814.- La suma de un número entero, más el doble de otro, es 44. ¿Cuáles son los números, si se desea que el producto de ellos, sea máxima?

815.- La suma de dos números enteros es 8. ¿Cuáles son los números, si se solicita que la sumad e sus cuadrados, sea mínima?

816.- Encontrar el rectángulo de perímetro mínimo, si el área correspondiente es 1 m^2

817.- Cerrar un jardín rectangular con 100m de alambre, de modo que el área cercad asea máxima, suponiendo que uno del os lados es un muro ya construido.

818.- Un alambre de longitud p debe cortarse en cuatro partes para formar con ellas, un rectángulo. Verificar que el rectángulo de área máxima que puede obtenerse, es un cuadrado de lado $\frac{p}{4}$

819.- Un paralelepípedo de base cuadrada, debe construirse de modo que su volumen sea máximo. Si la sumad e sus tres aristas es 120cm, dar el valor de c/u de sus lados ye l volumen máximo.

820.- Dos torres tienen 150 y 100m de altura c/u; la distancia que las separa iguala 200 metros. Las dos torres deben conectarse a un mismo punto ubicado entre los pie de ambas torres. ¿Cuál es la distancia de este punto a A, para que la cantidad de alambre sea mínima? (ver figura respectiva en soluciones)

821.- Calcular el radio y la altura de un pote cilíndrico sin tapa, de tal manera que para una capacidad dada C, la cantidad de material necesario paras u construcción, sea mínima.

822.- Determinar la cantidad mínima de materia la ocupar, para construir un cilindro recto (hueco) que incluya las tapas.

823.- Se aun triángulo ABC, tal que:

a+b=50cm, y el ángulo formado por a y b: 30º

Determinar los valores de a y b de modo que el área encerrada por el triángulo sea máxima.

824.- Dada una lámina rectangular de dimensiones a y b, construir una cajas in tapa, de forma paralelepípedo de modo que su volumen sea máximo.

825.- Con un alamina circular de radio r, construir un filtro de capacidad máxima, después de quitar un sector circular AOB. Hallar lar elación que debe existir entre el radio x y la altura y de la superficie cónica resultante.

826.- Una ventana normanda consiste en un rectángulo coronado por un semicírculo. Siendo el perímetro p fijo, determinar r de modo que pase la máxima cantidad de luz a través de ella.

827.- Calcular las dimensiones y volumen de un cilindro circular recto de volumen máximo que se puede inscribir en una esfera de radio a.

828.- Dada la curva: $xy^2 = 1,$ calcular la menor distanciad el origen a dicha curva.

829.- Calcular la menor distancia existente entre el punto (-5,-1) y la curva $y = x^2$.

830.- Calcular la longitud de c/u de los lados de un triangulo isósceles, de manera que, si su perímetro es 50 cm este encierre un área máxima.

831.- Dado un cono circular recto de volumen fijo, encontrar la relación entre r y l, de tal manera que el material empleado sea mínimo en el gasto de construcción.

832.- Calcular la altura máxima a la cual llega un sólido lanzado hacia arriba con una velocidad inicial v_0 (suponga la experiencia en el vacio)

833.- Una compañía de teléfonos obtiene una utilidad neta de Bs 25 por cada instalación, si los suscriptores no exceden la cantidad de 1000. En caso de excederse, las utilidades por instrumento decrecen en Bs 0,01 por suscripto sobre el número 1000. ¿Cuántos suscriptores dran la utilidad máxima?

Soluciones:

813.- Sean: x, y los números, tal que: x-y=10, esto es: x=10+y. El producto p es: p=y (10+y)= $y^2 + 10y$, de donde:

$$\frac{dp}{dy} = 2y + 10; \frac{dp}{dy} = 0 \Rightarrow 2y + 10 = 0 \Rightarrow y = -5$$

$\frac{d^2 p}{dy^2} = 2 > 0$ lo cual garantiza el mínimo cuando y=-5 (x=5)

814.- Sean: x, y los números, tal que: x+2y=44 esto es: x=44-2y. El producto p es: $p=(44-2y)y=44y-2y^2$ (función a maximizar;

$\frac{dp}{dy}=44-4y; \frac{dp}{dy}=0$
$\Rightarrow 44-4y=0 \Rightarrow y=11; \frac{d^2p}{dy^2}=-4<0;$ lo cual garantiza el máximo

cuando y=11 (x=22)

815.- Sean: x, y los números, tal que: x+y=8, o sea: y=8-x. La suma S, es:

$s(x)=x^2+(8-x)^2$ (Función a minimizar);

$s'(x)=2x+2(8-x)(-1)=2x-2(8-x)=4x-16;$
$s'(x)=0 \Rightarrow 4x-16=0 \Rightarrow x=4; s''(x)=4>0,$

lo cual garantiza que la suma es mínima si x=4=y

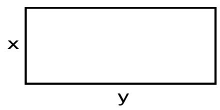
816.- Área: A=b.h$\Rightarrow b=\frac{1}{h}.$ Además perímetro pe s:

p=2b+2h=$\frac{2}{h}+2h;$

$\frac{dp}{dh}=-\frac{2}{h^2}+2; \frac{dp}{dh}=0 \Rightarrow \frac{-2+2h^2}{h^2}=0 \Rightarrow h^2=1 \Rightarrow$ Dada la configuración
$h=1.$

geométrica puede inducirse de inmediato que tal rectángulo es un cuadrado de lado 1m.

817.-



De la figura:

100=2x+y$\Rightarrow$ y=100-2x;

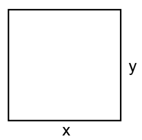
Área A, A(x)=x(100-2x)=

$100x-2x^2$

$; A'(x)=-4<0$

lo que garantiza lo maximal del área cuando x=25 (y=50)

818.-



Se tiene:

$p=2x+2y,$

de donde:

$y=\frac{\text{p-2x}}{2}$.*El* área A esta dada por:

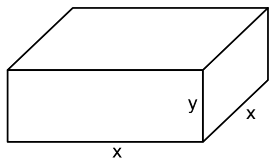
$A(x)=x\,\frac{\text{p-2x}}{2}=-x^2+\frac{px}{2};$

$A'(x)=-2x+\frac{p}{2};A'(x)=0\Rightarrow$

$\Rightarrow x=\frac{p}{4}$.*Además* $A''(x)=-2<0,$ lo cual

garntiza que en $x=\frac{p}{4}$ existe un máximo.

819.-



De acuerdo con el dibujo: x+x+y=120.

El volumen V está dado por: $V=x^2y$, *esto es*:

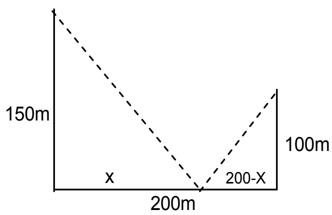
$V=x^2(120-2x)$ función a maximizar: $V=120x^2-2x^3;$

$\frac{dv}{dx}=240x-6x^2;\frac{dv}{dx}=0\Rightarrow 240x-6x^2=0\Rightarrow$

$\Rightarrow x(240-4x)\Rightarrow x=0,x=40.$ Dada la configuración geométrica se tiene:

x=40cm, y=40cm, V=64000cm^3.

820.-



Sea x la distancia tal como lo muestra la figura adjunta, donde l es la longitud del alambre. Esto es:

$$l=\sqrt{x^2+150^2}+\sqrt{(200-x)^2+100^2}\Rightarrow$$

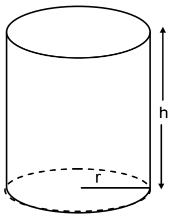
$$l'(x)=\frac{1}{\cancel{2}}(x^2+150^2)^{-\frac{1}{2}}\cancel{2}x+\frac{1}{\cancel{2}}[(200-x)^2+100^2]^{-\frac{1}{2}}.\cancel{2}(200-x)$$

$$l'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+150^2}}-\frac{200-x}{\sqrt{(200-x)^2+100^2}};l'(x)=0\Rightarrow$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+150^2}}=\frac{200-x}{\sqrt{(200-x)^2+100^2}}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow x\sqrt{(200-x)^2+100^2}=(200-x)\sqrt{x^2+150^2}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^2[(200-x)^2+100^2]=(200-x^2)(x^2+150^2)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 100^2x^2=(200-x)^2150^2\Rightarrow 100x=(200-x)150$$
$$\Rightarrow 100x=30000-150x$$
$$\Rightarrow 250x=30000$$
$$\Rightarrow x=120$$

Siendo este el único valor y dada la configuración geométrica, se tiene el mínimo para x=120.

821.- La capacidad C de este cilindro es: $C=\pi r^2h,$ donde el área considerada es:



A=πr$^2+2\pi rh$. Expresando A en función de r:

$$\mathrm{A}(r)=\pi r^2+\frac{2c}{r}\Rightarrow A'(r)=2\pi r-\frac{2c}{r^2};$$
$$A'(r)=0\Rightarrow 2\pi r-\frac{2c}{r^2}=0\Rightarrow 2\pi r=\frac{2c}{r^2}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow r^3=\frac{c}{\pi}\Rightarrow r=\sqrt{\frac{c}{\pi}}.$$ Dado que:

$$A''(r)=2\pi+\frac{4c}{r^3},$$ esto es: $A''(\sqrt[3]{\frac{c}{\pi}})>0$

queda garantizado el mínimo en:

r=$\sqrt[3]{\frac{c}{\pi}}$.

822.- Aprovechando la figura anterior, se tiene: volumen del cilindro: $V=\pi r^2h;$ superficie, consideradas las tapas respectivas:

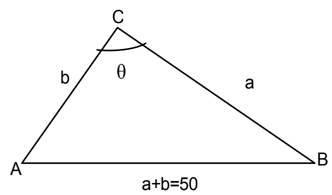
S=$2\pi r^2+2\pi h,$ de donde:

$$\mathrm{S}=2\pi^2+2\pi r\frac{2V}{\pi r^2}=2\pi r^2+\frac{2V}{r}\Rightarrow$$
$$\frac{ds}{dr}=4\pi r-\frac{2V}{r^2};\frac{ds}{dr}=0\Rightarrow 4\pi r-\frac{2V}{r^2}=0\Rightarrow$$

$$r=[\frac{V}{2r}]^{\frac{1}{3}} \Rightarrow \frac{d^2s}{dr^2}=4\pi+\frac{4V}{r^3} \Rightarrow [\frac{d^2s}{dr^2}]>0$$

queda garantizado el mínimo en $r=(\frac{V}{2\pi})^{\frac{1}{3}}$

823.-



Área A está dada :

$$A=\frac{ab\,sen30^o}{2}$$

$$=\frac{sen30^o}{2}a(50-a)$$

de donde:

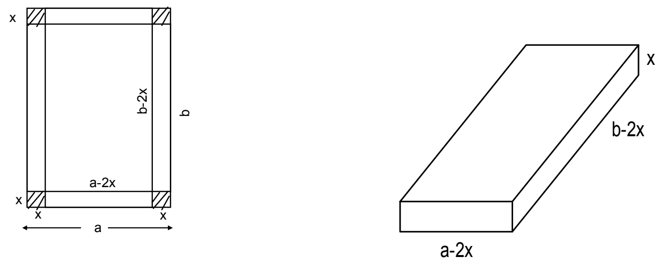
$A'=(\frac{sen30^o}{2})(50\text{-}2a);$

$A'=0 \Rightarrow (\frac{sen30^o}{2})(50\text{-}2a)=0 \Rightarrow 50\text{-}2a=0$

$\Rightarrow a=25.$

Dada la configuración geométrica se puede concluir, que para a=25,la función tiene un máximo, lo que se confirma con: $A''(a)=-sen30^o<0$

824.-



sea $a \le b$. Para construir la caja, se procede tal como lo muestran las figuras anteriores.El volumen V queda expresado por:

$$V(x)=(a-2x)(b-2x)x=4x^3-(2a+2b)x^2+abx$$

$\Rightarrow V'(x)=12x^2-2(2a+2b)x+ab; v'(x)=0 \Rightarrow$

$12x^2-2(2a+2b)x+ab=0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3x^2-(a+b)x+\dfrac{ab}{4}=0 \Rightarrow x=\dfrac{a+b\pm\sqrt{a^2+b^2-ab}}{6}$

Dado el valor: $x=\dfrac{a+b+\sqrt{a^2+b^2-ab}}{6}$

no es menor que $\dfrac{a}{2}$, no se acepta .

Dada la configuración geométrica,

se tiene que la solución es:

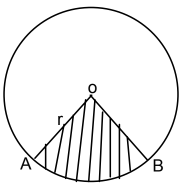
$x=\dfrac{a+b-\sqrt{a^2+b^2-ab}}{6}$, lo que se puede

confirmar mediante la segunda derivada

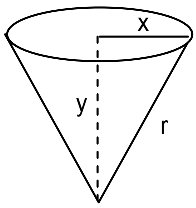
aun más, como caso particular: $a=b$

de donde: $x=\dfrac{a+a-\sqrt{a^2+a^2-a^2}}{6}=\dfrac{a}{6}$

825.- La capacidad C del filtro es dada por:



$c=\dfrac{\pi x^2 y}{3}$ con



$x^2+y^2=r^2$, de donde:

$c(y)=\dfrac{\pi r^2 y}{3}-\dfrac{\pi y^3}{3} \therefore$

$c'(y)=\dfrac{\pi r^2}{3}-\pi y^2; c'(y)=0 \Rightarrow$

$\dfrac{\pi r^2}{3}-\pi y^2=0 \Rightarrow y=\dfrac{r}{\sqrt{3}}$ Este

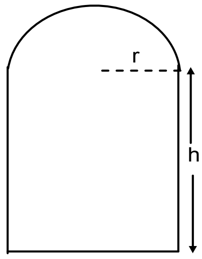
valor de y maximaliza la

función c ya que :

$c''(x)=-2\pi x \Rightarrow c''(\dfrac{r}{\sqrt{3}})=-2\pi\dfrac{r}{\sqrt{3}}<0.$

826.- La máxima cantidad de luz, pasa cuando el área de la ventana es máxima.

ea p el perímetro fijo:



$p = 2h + 2r + \pi r$.de donde:

$h = \frac{p-(2+\pi)r}{2} \therefore$ Área A está dada por

$A = 2rh + \frac{\pi r^2}{h} \Rightarrow A(r) = [p - (2+\pi)r]r + \frac{\pi r^2}{2}$

$\Rightarrow A(r) = pr - (2+\pi)r^2 + \frac{\pi r^2}{2} \Rightarrow$

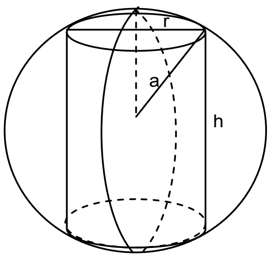
$A(r) = p - 2(2+\pi)r + \pi r = p - (4+\pi)r;$

$A'(r) = 0 \Rightarrow r = \frac{p}{4+\pi}$.(No usando segunda derivada).$A' > 0$ *si* $r < \frac{p}{4+\pi}$; $A' < 0$ si

$r > \frac{p}{4+\pi} \therefore A(r)$es un máximo si :

$r = \frac{p}{4+\pi}$

827.- El volumen V del cilindro circular recto es:



$V = \pi r^2 h,$ de donde r y h satisfacen la relación :

$a^2 = r^2 + (\frac{h}{2})^2.El$

828.- Sea D la distancia del origen a la curva. d está dada por:

$D^2 = x^2 + y^2 . como\ y^2 = \frac{1}{x}$, se tiene:

$D^2 = x^2 + \frac{1}{x} (x > 0); \frac{dD^2}{dx} = 2x - \frac{1}{x^2}; \frac{dD^2}{dx} = 0 \Rightarrow$

$2x - \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{2x^3 - 1}{x^2} = 0 \Rightarrow x^3 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \sqrt[3]{\frac{1}{2}}$

Dada la configuración geométrica, se tiene que el punto $(\sqrt[3]{\frac{1}{2}}, \sqrt[6]{2})$ es el punto de la curva más cercano al origen.

829.- Sea D la distancia del punto (-5,1) a la curva $y = x^2$, de donde:

$D^2 = (x+5)^2 + (y+1)^2$. Como y=x^2, se tiene:

$D^2 = (x+5)^2 + (x^2+1)^2 = x^2 + 10x + 25 + x^4 + 2x^2 + 1$

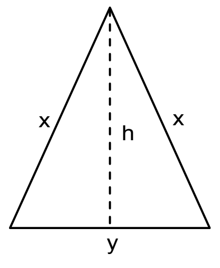
$= x^4 + 3x^2 + 10x + 26 \Rightarrow \frac{dD^2}{dx} = 4x^3 + 6x + 10 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dD^2}{dx} = 2(x+1)(2x^2 - 2x + 5); \frac{dD^2}{dx} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 2(x+1)(2x^2 - 2x + 5) = 0 \Rightarrow x = -1$ ó

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4-40}}{4} con \sqrt{4-40} \notin R$.Dada la configuración geométrica, se tiene que el punto de la curva más cercana al punto en cuestión, es el:(-1,1) y la distancia es D=$2\sqrt{5}$ (ya que D^2=20)

830.- De acuerdo con la figura adjunta:



2x+y=50, donde h: $h^2 = x^2 - \frac{y^2}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow h = \sqrt{x^2 - \frac{y^2}{4}}$.esto es, la superficie s dada

$por: s = \frac{1}{2} y \sqrt{x^2 - \frac{y^2}{4}} = \frac{1}{2} y \sqrt{\frac{4x^2 - y^2}{4}} = \frac{1}{4} y \sqrt{4x^2 - y^2}$

o, mejor aún: $s(y) = \frac{1}{4} y \sqrt{(50-y)^2 - y^2} \Rightarrow$

$s(y) = \frac{1}{4} y \sqrt{50^2 - 100y}\ (0 \le y \le 25)$, siendo

está la función a máximizar.

$\Rightarrow h=\sqrt{x^2-\dfrac{y^2}{4}}$.esto es, la superficie s dada

$por: s=\dfrac{1}{2}y\sqrt{x^2-\dfrac{y^2}{4}}=\dfrac{1}{2}y\sqrt{\dfrac{4x^2-y^2}{4}}=\dfrac{1}{4}y\sqrt{4x^2-y^2}$

o, mejor aún: $s(y)=\dfrac{1}{4}y\sqrt{(50-y)^2-y^2}\Rightarrow$

$s(y)=\dfrac{1}{4}y\sqrt{50^2-100y}$ $(0\le y\le 25)$, siendo

está la función a máximizar.

$$\frac{ds}{dy}=\frac{1}{4}y\frac{1}{2}(50^2-100y)^{-\frac{1}{2}}(-100)+\frac{1}{4}\sqrt{50^2-100y}$$

$$=\frac{1}{4}(\sqrt{50^2-100y}-\frac{50y}{\sqrt{50^2-100y}});\frac{ds}{dy}=0\Rightarrow$$

$$\frac{1}{4}\frac{50^2-100y-50y}{\sqrt{50^2-100y}}=0\Rightarrow y=\frac{50^2}{150}\Rightarrow\frac{50}{3}$$

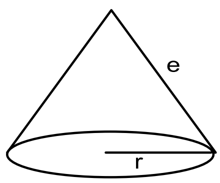
De la figura adjunta se tiene:

$x=\dfrac{50-y}{2}=\dfrac{50-\dfrac{50}{3}}{2}=\dfrac{100}{6}$.Esto es, la

superficie s, es: $s=\dfrac{1}{4}(\dfrac{50}{3})\sqrt{50^2-100\dfrac{50}{3}}$

de donde: $s=\dfrac{2500\sqrt{3}}{36}$

831.-

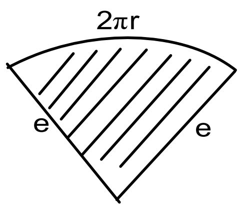


El volumen del cono es:

$$V=\frac{1}{3}\pi r^2\sqrt{l^2-r^2}.$$

La superficie,
sin considerar la base:

$$s=\pi l^{\cancel{2}}\frac{\cancel{2}\pi r}{\cancel{2}\pi \cancel{l}}=\pi lr$$



de la fórmula de V, se

tiene: $r^2\sqrt{l^2-r^2}=\frac{3V}{\pi}$, *osea*

$r^4(l^2-r^2)=\frac{9V^2}{\pi^2}$.

derivando implicitamente

con respecto a r:

$4r^3l^2+2r^4l\frac{dl}{dr}-6r^5=0$, de donde:

$\frac{dl}{dr}=\frac{6r^5-4r^3l^2}{2r^4l}=\frac{6r^2-4l^2}{2rl}=\frac{3r^2-2l^2}{rl}(*)$

además: $\frac{ds}{dr}=\pi(l+r\frac{dl}{dr});\frac{ds}{dr}=0\Rightarrow$

$l+r\frac{dl}{dr}=0\Rightarrow\frac{dl}{dr}=-\frac{l}{r}(*)$

considerando (*): $\frac{3r^2-2l^2}{\cancel{r}l}=-\frac{l}{\cancel{r}}\Rightarrow$

$\Rightarrow 3r^2-2l^2=-l^2\Rightarrow 3r^2=l^2\Rightarrow\frac{l^2}{r^2}=3\Rightarrow$

$\Rightarrow\frac{l}{r}=\sqrt{3}$, lo que constituye la condición buscada.

832.- El espacio s se expresa por:

$s(t)=V_0t-\frac{1}{2}gt^2\Rightarrow s'(t)=V_0-gt; s'(t)=0\Rightarrow$

$V_0-gt=0\Rightarrow t=\frac{V_0}{g}$.además: $s''(t)=-g<0$

$t=\frac{V_0}{g}$ es el tiempo correspondiente a la altura máxima (t_{max}), y el espacio maximo(s_{max}) el espacio recorrido en tal tiempo, se obtiene sustituyendo adecuadamente, esto es:

$s_{max}=\frac{V_0^2}{g}-\frac{1}{2}\frac{V_0^2}{g}=\frac{V_0^2}{2g}$

833.- Sea x el número de suscriptores que exceden los primeros 1000. entonces:

$V=(25-\frac{x}{100})(1000+x)=25000+25x-10x-\frac{x^2}{100};$

$\frac{dV}{dx}=15-\frac{2x}{100};\frac{dV}{dx}=0\Rightarrow 15-\frac{2x}{100}=0\Rightarrow x=750,$

que da un máximo para V, ya que

$si\ x<750\Rightarrow\frac{dV}{dx}>0, si x>750\Rightarrow\frac{dV}{dx}<0.$

La utilidad máxima se consigue con 1750 suscriptores.

AUTOEVALUACION

834.- Dado h, tal que: h(x)=$\frac{1}{4}x\sqrt[3]{x}-\frac{1}{7}x^2\sqrt[3]{x}$, se tiene que h\`(x) es:

$a)\frac{19}{42}\sqrt[3]{x^2}$ b)$\frac{1}{4}(1+x^{-\frac{2}{3}})-\frac{1}{7}(2x+\frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}})$

$c)\frac{3}{28}(x^{\frac{4}{3}}-x^{\frac{7}{3}})$ d)0

e) Ninguna de las anteriores

835.- La ecuación de la tangente a la curva:

$y=x^2+\frac{1}{x^2}$, en el punto cuya abscisa es: x=2 está dada por:

$a)y+\frac{17}{4}=-\frac{15}{4}$(x-2) b)y+$\frac{5}{2}=-\frac{15}{4}$(x+2)

$c)15x+2y=-35$ d)$15x+4y+13=0$

e) Ninguna de las anteriores

836.- Dado f, tal que: $f(t)=\cos^2 t-sen^2 t$, se tiene que f″(t), es:

$a)4(sen^t$-cos^{2}t) b)-4sentcost

$c)0$ d)4

e) Ninguna de las anteriores

837.- Dado g, tal que: $g(x)=sen(\ln x^2)$, se tiene que $g'(x)\ es:$

$a)sen\frac{1}{x^2}$ $b)\frac{2}{x}$

$c)2xsen\frac{1}{x^2}$ $d)2x\cos(\ln x^2)$

e)Ninguna de las anteriores

838.- que: $g(t)=\dfrac{1+tg^2 2t}{\sec^2 2t}$, se tiene que $g'(t)$ es:

$a)\dfrac{1+2(tg^2 t)\sec^2 t}{\sec^4 2t}$ $b)\dfrac{1+2tg2t\sec^2 t}{2\sec^2 t.tgt}$

$c)0$ $d)\dfrac{\sec^2 t}{2tg^2 t}$

e)Ninguna de las anteriores

839.- Dado h, tal que: $h(x)=\sqrt{sen^2(\cos 2\frac{\pi}{4})}$, se tiene que h′(x) es:

$a)sen^2(\cos^2\frac{\pi}{4})^{-\frac{1}{2}}(sen(\cos^3\frac{\pi}{4}))$ $b)1$

$c)(\cos(\cos^2\frac{\pi}{4})(2\cos\frac{\pi}{4})(sen\frac{\pi}{4})\frac{\pi}{4}$ $d)0$

e)Ninguna de las anteriores

840.- Dado f, tal que: $f(\phi)=[\dfrac{1-e^{\phi}}{1+e^{\phi}}]^{\phi}$, se tiene que $f'(\phi)$ es:

$a)\dfrac{1-e^{\phi}}{1+e^{\phi}}$ $b)\dfrac{1+e^{-\phi}}{1-e^{-\phi}}$

$c)\dfrac{1+e^{\phi}}{1-e^{\phi}}$ $d)1$

e)Ninguna de las anteriores.

841.- Dado: $y=x^x$, se tiene que y′ es:

$a)x^x(1+\ln|x|)$ $b)x^x$

$c)x^x\ln|x|$ $d)x^x(\ln|x|+\frac{1}{x})$

e)Ninguna de las anteriores.

842.- Dado f, tal que: $f(y)=\sqrt{2y}+\sqrt{\frac{2}{y}}$, se tiene que f′(y) es:

$a)\dfrac{1}{2\sqrt{2y}}+\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{2}{y}}$ $b)\dfrac{\sqrt{2y}-\sqrt{\frac{2}{y}}}{2y}$

$c)0$ $d)\dfrac{1}{\sqrt{2y}}-\dfrac{1}{y\sqrt{2y}}$

e)Ninguna de las anteriores

843.- Dado G, tal que: $G(\phi)=\dfrac{\sqrt{\phi-2}}{\sqrt[3]{\phi+2}}$, se tiene que $G'(\phi)$ es:

$a)\dfrac{\sqrt[3]{\phi+2}}{\sqrt{\phi-2}}$ $b)\dfrac{\sqrt{\phi-2}-\sqrt[3]{\phi+2}}{\sqrt[3]{(\phi+2)^2}}$

$c)\dfrac{\phi+10}{6\sqrt{\phi-2}\sqrt[3]{(\phi+2)^2}}$ $d)\dfrac{\phi+5}{3\sqrt{\phi-2}\sqrt[3]{(\phi+2)^4}}$

e)Ninguna de las anteriores

844.- Dado H, tal que: $H(z)=\ln|z|$, se tiene que $H'(z)$ es:

$a)0$ $b)z$

$c)z^{2\cos z+2senz}$ $d)\dfrac{1}{z}$

e)Ninguna de las anteriores

845.- Derivando implícitamente con respecto a x (y es derivable con respecto a x), se tiene que y' en :$x^2+5xy+2y^3=1$, está dad por:

$a)y'=\dfrac{-3x^2-5y}{5x+6y^2}$ $b)y'=\dfrac{-3x^2+5y}{5x+6y^2}$

$c)y'=\dfrac{-6y^2-3x^2}{5x}$ $d)y'=\dfrac{6y^2+3x^2}{5x}$

e)Ninguna de las anteriores

846.- Dado F, tal que: $F(\phi)=\dfrac{\sqrt{1+4\phi^2}}{\phi^2}$, se tiene que $F'(\phi)$ es:

$a)\dfrac{(1+4\phi^2)^{-\frac{1}{2}}}{4\phi}$ $b)\dfrac{-2(1+2\phi^2)}{\phi^3\sqrt{1+4\phi^2}}$

$c)\dfrac{1}{2}\dfrac{(1+2\phi^2)}{\sqrt{1+4\phi^2}}$ $d)\dfrac{-2\phi(1+2\phi)^2}{\phi^4\sqrt{1+4\phi^2}}$

e)Ninguna de las anteriores

847.- Dado g, tal que: $g(z)=\ln\dfrac{e^{2z^2}}{ze^{1+z}}$, se tiene que $g'(z)$ es:

$a)-z$ $b)3z+1$

$c)\dfrac{4z^2-z-1}{z}$ $d)4z-\dfrac{z-1}{z}$

e)Ninguna de las anteriores

848.- Dada las siguientes proposiciones:

I) Una función que es derivable en (a, b), tiene un máximo en (a, b)

II) Una función que tiene máximo en $[a,b]$, y es continua en el mismo, es derivable en todo (a, b)

III) Una función sin ser derivable en (a, b), puede tener máximo y/o mínimo en $[a,b]$

Se admite como verdaderas:

$a)$ *sólo I* $b)$ *sólo* I y III

$c)$ *sólo* I y II $d)$ *sólo III*

e)Ninguna de las anteriores

849.- Para la función g, tal que:

$g(z)=2z^3-z^2$, se tiene que el z_0 que verifica el teorema del valor medio en [-1,2], es:

$a)\, z_0=\dfrac{1+\sqrt{31}}{6}, z_0=\dfrac{1-\sqrt{31}}{6}$ $b)\, z_0=\dfrac{1+\sqrt{31}}{6}$, solamente

$c)\, z_0=\dfrac{1-\sqrt{31}}{6}$, solamente $d)\, 0$

e)Ninguna de las anteriores

850.- Dado f, tal que: $f(\theta)=(e^{sen\theta})^2$; se tiene que $f'(-\theta)$ es:

$a)\, 0$ $b)\, -2$

$c)\, 1$ $d)\, 4$

e)Ninguna de las anteriores

851.- Dado: $y=e^x$; determinar el intervalo en que tal función es decreciente:

$a)$ *sólo*: $(0,\infty)$ $b)$ *sólo*: (e,∞)

$c)$ *sólo*: $(-\infty,0)$ $d)$ *sólo*: $(0,e)$

e)Ninguna de las anteriores

852.- Dado g, tal que: $g(w)=\dfrac{e^w-e^w}{e^w+e^{-w}}$; se tiene que $g'(w)$ es:

$a)\dfrac{4}{(e^{w}+e^{-w})^{2}}$ $\qquad$ $b)\dfrac{e^{w}+e^{-w}}{e^{w}-e^{-w}}$

$c)\dfrac{1}{e^{w}+e^{-w}}$ $\qquad$ $d)0$

e)Ninguna de las anteriores

853.- Dado $h(u)=sen(\cos(senu))$, se tiene que h′(u) es:

$a)-\cos(sen(\cos u))$ $\quad$ $b)-[\cos(\cos(senu))](sen(senu))(\cos u))$

$c)-[\cos^{3}(\text{senu})](\text{sen}^{2}\text{u})$ $\quad$ $d)-[\cos^{2}(senu)](sen^{2}u)(\cos u)$

e)Ninguna de las anteriores

854.- Dado f tal que: $f(t)=\ln\left|\dfrac{x^{2}+3x+2}{x^{2}+4x+4}\right|$, se tiene que f′(t) es:

$a)\dfrac{1}{(x+2)^{2}}$ $\qquad$ $b)\dfrac{(x^{2}+4x+4)}{(x^{3}+3x+2)}.\dfrac{(2x+3)}{(2x+4)}$

$c)0$ $\qquad$ $d)\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}$

e)Ninguna de las anteriores

855.- El valor de: $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{e^{at}-e^{-at}}{sent},es:$

$a)-2a$ $\qquad$ $b)2a$

$c)0$ $\qquad$ $d)a$

e)Ninguna de las anteriores

856.- El valor de: $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\sqrt{1+t}-\sqrt{1-t}}{\sqrt{1+2t}},es:$

$a)\dfrac{0}{0}$ $\qquad$ $b)-1$

$c)0$ $\qquad$ $d)1$

e)Ninguna de las anteriores

857.- El valor de: $\lim\limits_{\theta\to 0}\dfrac{\cos\theta-1}{\sqrt{\theta^{2}+1}-1},es:$

$a)\dfrac{0}{0}$ $\qquad$ $b)0$

$c)1$ $\qquad$ $d)-1$

e)Ninguna de las anteriores

858.- El valor de: $\lim\limits_{\theta\to 1}\dfrac{sen(\theta-1)}{\theta^{2}-1},es:$

$a)\frac{0}{0}$ $b)-\frac{1}{2}$

$c)\frac{1}{2}$ $d)1$

e)Ninguna de las anteriores

859.- Dado h, tal que: $h(t)=e^{\ln\sqrt{t}}$, se tiene que h″(t) es:

$a)-\frac{1}{4\sqrt[3]{t^2}}$ $b)-\frac{1}{2}\sqrt[3]{t^2}$

$c)0$ $d)-\frac{1}{4\sqrt[3]{t^3}}$

e)Ninguna de las anteriores

860.- La ecuación de la tangente a la curva: $y=senx,$ en el punto de absisa $x=\frac{\pi}{2}, es:$

$a)y=\frac{\pi}{2}$ $b)y=1$

$c)y-1=\frac{1}{2}(\text{x-}\frac{\pi}{2})$ $d)y=x+\frac{\pi}{2}$

e)Ninguna de las anteriores

861.- Dado u, tal que $u(x)=arctg(sen\frac{x}{2}),$ se tiene que: u`(x) es:

$a)\frac{\cos\frac{x}{2}}{1+sen^2\frac{x}{2}}$ $b)\frac{\cos x}{2+sen^2 x}$

$c)\ \frac{\cos\frac{x}{2}}{2(1+sen^2\frac{x}{2})}$ $d)\frac{1}{2\cos\frac{x}{2}}$

e)Ninguna de las anteriores

862.- Sea f, tal que: $f(x)=x^4+10x^3+36x^2; f$ presenta concavidad hacia arriba sólo, en los intervalos:

$a)(-3,2)$ $b)\ (\text{-}\infty,15)\cup(12,\infty)$

$c)(-15,12)$ $d)(-\infty,-3)\cup(-2,\infty)$

e)Ninguna de las anteriores

863.- Sea g, tal que: $g(t)=\ln t^2; g$ es creciente, sólo en el intervalo:

$a)(-\infty, 2)$ $b)\ (0,\infty)$

$c)(-\infty, 0)$ $d)[0,\infty)$

e)Ninguna de las anteriores

864.- Sea h, tal que: $h(z) = senz;$ h presenta puntos singulares, sólo en:

$a) z = \frac{(2k+1)\pi}{2}$, k ∈ z $b)\ z = \frac{k\pi}{2}, k \in z$

$c) z = 0$ $d) z = (2k+1)\pi, k \in z$

e)Ninguna de las anteriores

865.- Derivando implícitamente con respecto a x (y es derivable con respecto a x), se tiene que y´en: $x\cos y + y\cos x = 1, es:$

$a) y' = \frac{-x\cos y}{senx}$ $b) y' = -\cos y - \cos x$

$c) y' = \frac{ysenx + \cos y}{\cos x + xseny}$ $d) y' = \frac{ysenx - \cos y}{\cos x - x\cos y}$

e)Ninguna de las anteriores

866.- Derivando implícitamente con respecto a x (y es derivable con respecto a y), se tiene que y´en: $e^{x+y} = \frac{x}{y}, es:$

$a) y' = e^{x+y} - \frac{y}{x^2}$ $b) y' = \frac{1-e^{x+y}}{e^{x+y}+x}$

$c) y' = \frac{1-ye^{x+y}}{y^2e^{x+y}+x}$ $d) y' = \frac{\frac{1}{y}-e^{x+y}}{e^{x+y}-\frac{x}{y^2}}$

e)Ninguna de las anteriores

867.- La ecuación de la tangente a la curva, de función: $y(x) = senx\cos x, en\ x = \frac{\pi}{2},$ está dada por:

$a) x + y = \frac{\pi}{2}$ $b) x - y = \frac{\pi - 2}{4}$

$c) y - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(x - \frac{\pi}{4})$ $d)$No existe tal tangente

e)Ninguna de las anteriores

868.- Dada las siguientes proposiciones:

I) Toda función derivable en (a, b), es continua en (a, b)

II) Toda función continua en (a, b), es derivable en (a, b)

III) Toda función continua en $[a,b]$, es derivable en (a, b)

Se admiten como FALSAS:

$a)$ *sólo* I y II
$b)$ *sólo* II y III
$c)$ *sólo* I y III
$d)$ todas son falsas
e) Ninguna de las anteriores

869.- La suma del doble de un número más el quíntuplo de otro, es 70. Los números que verificando lo anterior, además hacen que su producto sea máximo, son:

$a)$ 22,5 y 5
$b)$ 20 y 6
$c)$ 17,5 y 7
$d)$ 15 y 8
e) Ninguna de las anteriores

870.- Las dimensiones del rectángulo de área máxima que se puede inscribir en una circunferencia de radio 1, son:

$a)\ \sqrt{2};\sqrt{2}$
$b)\ 1;1$
$c)\ \dfrac{2\sqrt{3}}{3};\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$
$d)\ \dfrac{2\sqrt{5}}{5};\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$
e) Ninguna de las anteriores

871.- La función: $y = x+1+\dfrac{4}{x+1}$, admite máximo (s) sólo en el (los) punto(s):

$a)\ (1,4)\ y\ (-3,-4)$
$b)\ (1,4)$
$c)\ (-3,4)$
$d)\ (-1,-4)\ y\ (3,4)$
e) Ninguna de las anteriores

872.- Dadas las proposiciones siguientes:

I) una función continua en un intervalo cerrado, tiene un máximo y un mínimo en dicho intervalo.

II) una función continua en un intervalo abierto, no admite ni máximo ni mínimo en dicho intervalo.

III) una función continua en un intervalo cerrado puede no tener máximo ó mínimo en dicho intervalo.

Se admiten como FALSAS

$a)sóloI$ $b)sóloIyII$

$c)sóloII$ $d)sóloIIyIII$

e)Ninguna de las anteriores

873.- La función g, tal que: $g(t)=t^3-4t^2+4t-1,$ presenta en $[-2,0],$ un máximo y un mínimo RESPECTIVAMENTE, para los siguientes valores del intervalo:

$a)-2y0$ $b)2y0$

$c)0y-2$ $d)2y-2$

e)Ninguna de las anteriores

874.- Dada la función f, tal que $f(\theta)=-c,$ la pendiente de la curva en el punto, para el cual: $\theta=\dfrac{\pi}{4},es:$

$a)\dfrac{\pi}{2}$ $b)-c$

$c)c$ $d)-\dfrac{\pi}{2}$

e)Ninguna de las anteriores

875.- La normal a la curva dada por la función g, tal que: $g(x)=sen\dfrac{\pi}{6},en\ x=\dfrac{1}{6},$ tiene por ecuación:

$a)x=\dfrac{1}{6}$ $b)y=0$

$c)y=sen\dfrac{\pi}{6}$ $d)x=-6$

e)Ninguna de las anteriores

876.- Dado: $y=(\cos x)^{senx}$, se tiene que y está dada por:

$a)-(\cos x)^{senx}\,\mathrm{sen^2x\text{-}cosxln}\left|\mathrm{cosx}\right|$

$\mathrm{b})-(\cos x)^{senx}\,\dfrac{\mathrm{sen^2x\text{-}cosxln}\left|\mathrm{cosx}\right|}{\mathrm{cosx}}$

$\mathrm{c})-(\cos x)^{senx}(\mathrm{sen^2x\text{-}ln}\left|\mathrm{cosx}\right|)$

$\mathrm{d})-(sen^2x\cos^2x\ln\left|\mathrm{cosx}\right|)^{\mathrm{senx}}$

e)Ninguna de las anteriores

877.- Dado f, tal que: $f(x)=\exp(\ln\dfrac{x^2}{2}).$ se tiene que f´´(x) es:

$a)0$ $\qquad$ $b)\dfrac{2}{x^2}(\exp 2)$

$c)1$ $\qquad$ $d)x\exp(\dfrac{2}{x^2})$

e)Ninguna de las anteriores

SOLUCIONES A LA AUTOEVALUACIÓN # 5

834.-e	835.-d	836.-a	837.-b
838.-c	839.-d	840.-e	841.-a
842.-b	843.-c	844.-d	845.-a
846.-b	847.-c	848.-d	849.-a
850.-b	851.-e	852.-a	853.-b
854.-c	855.-b	856.-d	857.-d
858.-c	859.-d	860.-b	861.-c
862.-d	863.-b	864.-a	865.-d
866.-e	867.-a	868.-b	869.-c
870.-a	871.-b	872.-d	873.-c
874.-e	875.-a	876.-b	877.-c

SOLUCIONARIO DESARROLLADO DE LA AUTOEVALUACION # 5

834.- $h(x)=\frac{1}{4}.x.x^{\frac{1}{3}}-\frac{1}{7}x^2.x^{\frac{1}{3}}=\frac{1}{4}x^{\frac{4}{3}}-\frac{1}{7}x^{\frac{7}{3}}\Rightarrow$

$h'(x)=\frac{1}{\cancel{4}}.\frac{\cancel{4}}{3}x^{\frac{1}{3}}-\frac{1}{\cancel{7}}.\frac{\cancel{7}}{3}x^{\frac{4}{3}}=\frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}}-\frac{1}{3}x^{\frac{4}{3}}\Rightarrow$

$h'(x)=\frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}}(1-x)(e)$

835.- $y(-2)=(-2)^2+\frac{1}{(-2)^2}=4+\frac{1}{4}\therefore$ Pto. tangencia $:(-2,\frac{17}{4});$

$y'(x)=2x-\frac{2x}{x^4}\Rightarrow y'(x)=2x-\frac{2}{x^3}\therefore y'(-2)=2(-2)-\frac{2}{(-2)^3}=$

$=-4+\frac{1}{4}=-\frac{15}{4}\therefore m=-\frac{15}{4}$.Ecuación pedida :

$y-\frac{17}{4}=-\frac{15}{4}(x+2)$ de donde $:15x+4y=-13\ (d)$

836.- $f'(t)=2\cos t(-sent)-2sent(\cos t)$

$$= -2sent\cos t - 2sent\cos t$$
$$= -4sent\cos t$$
$$f''(t) = -4(sent(-sent) + \cos t(\cos t))$$
$$= -4(-sen^2 t + \cos^2 t)$$
$$= 4(sen^2 t - \cos^2 t)\ (a)$$

837.- $g'(x) = [\cos(\ln x^2)]\dfrac{d}{dx}(\ln x^2)$

$$= [\cos(\ln x^2)]\frac{1}{x^2}.2x$$
$$g'(x) = \frac{2}{x}\cos(\ln x^2)$$

838.- $1 + tg^2 2t = \sec^2 2t; luego: g(t) = 1 \Rightarrow g'(t) = 0(c)$

839.- $sen^2(\cos^2 \dfrac{\pi}{4})\text{es constante } \therefore h'(x) = 0\ (d)$

840.- Toda potencia de exponente CERO, es igual a la unidad. Luego: $f(\phi) = 1 \Rightarrow f'(\phi) = 0\ (e)$

841.- $\ln y = \ln x^x \Rightarrow \ln y = x\ln x \Rightarrow \dfrac{1}{y}.y' = x.\dfrac{1}{x} + \ln x \Rightarrow$

$$y' = y(1 + \ln x) \Rightarrow y' = x^x(1 + \ln x)(a)$$

842.- $f'(y) = \dfrac{1}{\cancel{2}}(2y)^{-\frac{1}{2}}.\cancel{2} + \dfrac{1}{\cancel{2}}(\dfrac{2}{y})^{-\frac{1}{2}}.(-\dfrac{\cancel{2}}{y^2})$

$$= \frac{1}{\sqrt{2y}} - \frac{\frac{1}{y^2}}{\sqrt{\frac{2}{y}}} = \frac{1}{\sqrt{2y}} - \frac{1}{y^2\sqrt{\frac{2}{y}}} = \frac{\sqrt{2y}}{2y} - \frac{\sqrt{\frac{2}{y}}}{y\cancel{2}\frac{2}{\cancel{y}}} \Rightarrow$$

$$f'(y) = \frac{\sqrt{2y}}{2y} - \frac{\sqrt{\frac{2}{y}}}{2y}(b)$$

843.- $G'(\phi) = \dfrac{\sqrt[3]{\phi+2}\,\frac{1}{2}(\phi-2)^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\phi+2}.\frac{1}{3}(\phi+2)^{-\frac{2}{3}}}{(\sqrt[3]{\phi+2})^2}$

$$= \frac{\frac{\sqrt[3]{\phi+2}}{2(\phi-2)} - \frac{\sqrt{\phi-2}}{3\sqrt[3]{(\phi+2)^2}}}{(\sqrt[3]{\phi+2})^2} = \frac{\frac{3(\phi+2)-2(\phi-2)}{6\sqrt{\phi-2}(\sqrt[3]{\phi+2})^2}}{(\sqrt[3]{\phi+2})^2} =$$

$$= \frac{3\phi+6-2\phi+4}{6\sqrt{\phi-2}(\sqrt[3]{\phi+2})^4} = \frac{\phi+10}{6\sqrt{\phi-2}(\sqrt[3]{\phi+2})^4}(c)$$

844.- Para todo $z=\cos^2 z+sen^2 z=1 \therefore H(z)=\ln|z|$

$\Rightarrow H'(z)=\dfrac{1}{z}\ (d)$

845.- $3x^2+5xy'+5y+6y^2y'=0 \Rightarrow y'(5x+6y^2)=-3x^2-5y$

$\Rightarrow y'=\dfrac{-3x^2-5y}{5x+6y^2}\ (a)$

846.- $F(\theta)=\dfrac{\theta^2.\frac{1}{2}(1+4\theta^2)^{-\frac{1}{2}}.8\theta-\sqrt{1+4\theta^2}.2\theta}{\theta^4}=$

$=\dfrac{\frac{4\theta^3}{\sqrt{1+4\theta^2}}-2\theta\sqrt{1+4\theta^2}}{\theta^4}=\dfrac{\frac{4\theta^2}{\sqrt{1+4\theta^2}}-2\sqrt{1+4\theta^2}}{\theta^3}=$

$\dfrac{\frac{4\theta^2-2(1+4\theta^2)}{\sqrt{1+4\theta^2}}}{\theta^3}=\dfrac{4\theta^2-2-8\theta^2}{\theta^3\sqrt{1+4\theta^2}}=\dfrac{-2-4\theta^2}{\theta^3\sqrt{1+4\theta^2}}\Rightarrow$

$\Rightarrow F'(\theta)=\dfrac{-2(1+2\theta^2)}{\theta^3\sqrt{1+4\theta^2}}(b)$

847.- $g(z)=\ln e^{2z^2}-\ln\left|ze^{1+z}\right|=\ln e^{2z^2}-\ln z-\ln e^{1+z}=$

$=2z^2-\ln z-(1+z)\Rightarrow g'(z)=4z-\dfrac{1}{z}-1\Rightarrow$

$g'(z)=\dfrac{4z^2-1-z}{z}(c)$

848.- I)Falso.- Como contraejemplo: $y=x^2$ con $x\in(0,1)$

II) Falso.- como contraejemplo: $y=-|x|$ con $x\in[-2,2]$

III) Verdadera (d)

849.- $\begin{array}{l} g(-1)=2(-1)-1=-3 \\ g(2)=2.8-4=12 \end{array} \Rightarrow \dfrac{g(2)-g(1)}{2+1}=\dfrac{12+3}{3}=5$

además: $g'(z)=6z^2-2z, de\ donde:$

$6z^2-2z=5\Rightarrow 6z^2-2z-5=0\Rightarrow z=\dfrac{2\pm\sqrt{4+120}}{12}\Rightarrow$

$z=\dfrac{2\pm\sqrt{124}}{12}\Rightarrow z=\dfrac{2\pm2\sqrt{31}}{12}\Rightarrow z=\dfrac{1\pm\sqrt{21}}{6}\quad(a)$

850.- $f'(\theta)=2(e^{sen\theta})(e^{sen\theta})\cos\theta\Rightarrow$

$f'(-\pi)=2(e^{sen(-\pi)})(e^{sen(-\pi)})\cos(\pi)$

$=2.1.1.(-1)=-2 \quad (b)$

851.- $y'(x)=e^x; y'>0 \quad para\ todo\ x\in R, ya\ que$

$e^x>0 \therefore Es\ creciente\ en\ todo\ R\ (e)$

852.- $g'(w)=\dfrac{(e^w+e^{-w})(e^w+e^{-w})-\left(e^w-e^{-w}\right)\left(e^w-e^{-w}\right)}{(e^w+e^{-w})^2}$

$=\dfrac{4e^we^{-w}}{\left(e^w+e^{-w}\right)^2}\Rightarrow g'(w)=\dfrac{4}{\left(e^w+e^{-w}\right)^2} \quad (a)$

853.- $h'(u)=[\cos(\cos(senu))][-sen(senu)]\cos u\ (b)$

854.- Si se deriva con respecto a "f" (f`(t));

la expresión $\ln\left|\dfrac{x^2+3x+2}{x^2+4x+4}\right|$, actúa como

CONSTANTE $\therefore f'(t)=0\ (c)$

855.- $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{e^{at}a-e^{at}(-a)}{\cos t}=\dfrac{ae^0+ae^0}{\cos 0}=\dfrac{a+a}{1}=2a\ (b)$

856.- $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\frac{1}{2}(1+t)^{-\frac{1}{2}}-\frac{1}{2}(1-t)^{-\frac{1}{2}}(-1)}{\frac{1}{\cancel{2}}(1+2t)^{-\frac{1}{2}}.\cancel{2}}=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\frac{1}{2\sqrt{1+t}}+\frac{1}{2\sqrt{1-t}}}{\frac{1}{\sqrt{1+t}}}$

$=\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}{1}=1 \quad (d)$

857.- $\lim\limits_{\theta\to 0}\dfrac{-sen\theta}{\frac{1}{2}(\theta^2+1).2\theta}=\lim\limits_{\theta\to 0}\dfrac{-sen\theta}{\frac{\theta}{\sqrt{\theta^2+1}}}=\lim\limits_{\theta\to 0}\dfrac{-sen\theta}{\theta}\sqrt{\theta^2+1}=$

$=-\lim\limits_{\theta\to 0}\dfrac{sen\theta}{\theta}.\lim\limits_{\theta\to 0}\sqrt{\theta^2+1}=-1.1=-1 \quad (d)$

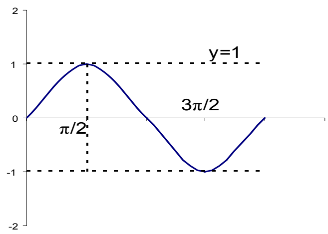
858.- $\lim\limits_{\theta\to 1}\dfrac{\cos(\theta-1)}{2\theta}=\dfrac{1}{2}$

859.- $\text{se sabe que}: e^{\ln u}=u \therefore h(t)=\sqrt{t}\Rightarrow$

$$\Rightarrow h'(t)=\frac{1}{2}t^{-\frac{1}{2}}\Rightarrow h''(t)=\frac{1}{2}(-\frac{1}{2})t^{-\frac{3}{2}}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow h''(t)=-\frac{1}{4}t^{-\frac{3}{2}}\ (d)$$

860.-



De la gráfica adjunta. es obvio que la respuesta correcta es (b)

861.- $$u'(x)=\frac{1}{1+sen^2\frac{x}{2}}.\frac{d}{dx}(sen\frac{x}{2})=\frac{1}{1+sen^2\frac{x}{2}}.\cos\frac{x}{2}.\frac{d}{dx}(\frac{x}{2})=$$

$$=\frac{\cos\frac{x}{2}}{1+sen^2\frac{x}{2}}.\frac{1}{2}=\frac{\cos\frac{x}{2}}{2(1+sen^2\frac{x}{2})}$$

862.- $$f'(x)=4x^3+30x^2+72x\Rightarrow f''(x)=12x^2+60x+72;$$

$$concavidad\ hacia\ arriba: f''(x)>0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow 12x^2+60x+72>0\Rightarrow x^2+5x+60>0\Rightarrow (x+3)(x+2)>0$$

$$\begin{matrix} x+3>0 & x>-3 \\ x+2>0 & x>-2 \\ \Rightarrow\quad\Rightarrow & \Rightarrow \\ x+3<0 & x<-3 \\ x+2<0 & x<-2 \end{matrix}\quad\Rightarrow\quad\begin{matrix} x>-2 \\ \\ x<-3\end{matrix}\quad\Rightarrow x>-2\ ó\ x<-3\ (d)$$

863.- $$g'(t)=\frac{1}{t^2}.2t=\frac{2}{t};g'(t)>0\Rightarrow\frac{2}{t}>0\Rightarrow t>0\quad(b)$$

864.- $$h'(z)=\cos z;h'(z)=0\Rightarrow\cos z=0\Rightarrow z=\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2},...$$

$$...\frac{(2k+1)\pi}{2},...\therefore\cos(z)=0\Rightarrow z=\frac{(2k+1)\pi}{2},k\in z\ (a)$$

865.- $$x(-seny)y'+\cos y+y'\cos x+y(-senx)=0\Rightarrow$$

$$y'(-xseny+\cos x)+\cos y-ysenx=0\Rightarrow$$
$$y'(-xseny+\cos x)=ysenx-\cos y\Rightarrow$$
$$y'=\frac{ysenx-\cos y}{\cos x-xseny}\quad(d)$$

866.- $e^{x+y}(1+y') = x(-1)y^{-2}y' + y^{-1} \Rightarrow e^{x+y} + y'e^{x+y} = -\frac{x}{y^2}y' + \frac{1}{y}$

$$\Rightarrow y'(e^{x+y} + \frac{x}{y^2}) = \frac{1}{y} - e^{x+y} \Rightarrow y' = \frac{\frac{1}{y} - e^{x+y}}{e^{x+y} + \frac{x}{y^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y' = \frac{y - y^2 e^{x+y}}{y^2 e^{x+y} + x} \quad (e)$$

867.- $y(\frac{\pi}{2}) = \overbrace{\cancel{sen\frac{\pi}{2}}}^{1} . \overbrace{\cancel{\cos\frac{\pi}{2}}}^{0} = 0 \therefore Pto(\frac{\pi}{2}, 0).Luego:$

$y'(x) = sen(-senx) + \cos x(\cos x) = -sen^2 x + \cos^2 x$

$y'(\frac{\pi}{2}) = -(\overbrace{\cancel{sen\frac{\pi}{2}}}^{1})^2 + (\overbrace{\cancel{\cos\frac{\pi}{2}}}^{0})^2 = -1 \therefore m = -1.Ecuac.$

$pedida: y = -(x - \frac{\pi}{2}) \Rightarrow y = -x + \frac{\pi}{2} \Rightarrow y + x = \frac{\pi}{2}\ (a)$

868.- I)Verdadera

II) Falsa.- Contraejemplo: $y = |x|$ en x=0

III) Falsa.- Sirve el contraejemplo anterior (b)

869.- Sea x un número e y el otro $\Rightarrow 2x + 5y = 70$

$\Rightarrow y = \frac{70-2x}{5}$.El producto p es: $p = x.\frac{70-2x}{5}$

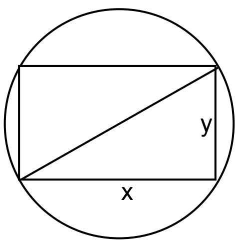
función a máximizar. $\frac{dp}{dx} = x(-\frac{2}{5}) + \frac{70-2x}{5} \Rightarrow$

$\frac{dp}{dx} = \frac{-4x+70}{5}; \frac{dp}{dx} = 0 \Rightarrow -4x + 70 = 0 \Rightarrow x = 17,5.$

$además: \frac{d^2p}{dx^2} = -\frac{4}{5} < 0$ quedando asi garantizado

el Maximo en x=17,5. (c)

870.- $x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow y = \sqrt{4-x^2}; Área\ A:$



$A = xy \Rightarrow A = x\sqrt{4-x^2}$ función a maximizar;

$$\frac{dA}{dx} = x\frac{1}{2}(4-x^2)^{-\frac{1}{2}}(-2x) + \sqrt{4-x^2}$$

$$\Rightarrow \frac{dA}{dx} = \frac{-x^2}{\sqrt{4-x^2}} + \sqrt{4-x^2}; \frac{dA}{dx} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{-x^2+4-x^2}{\sqrt{4-x^2}} = 0 \Rightarrow \frac{-2x^2+4}{\sqrt{4-x^2}} = 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow -2x^2+4=0 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \sqrt{2}$, de donde $y = \sqrt{2}$

(con la segunda derivada este aserto queda garantizado,

más no es indispensable)

871.- $$y' = 1 + \frac{-4}{(x+1)^2} = \frac{(x+1)^2-4}{(x+1)^2} \Rightarrow y' = \frac{x^2+2x+1-4}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2};$$

$y' = 0 \Rightarrow x^2+2x-3=0 \Rightarrow (x+3)(x-1)=0 \Rightarrow x=-3, x=1;$

$$y'' = \frac{(x+1)^2(2x+2)-(x^2+2x-3)(2)(x+1)}{(x+1)^4}$$

$$= \frac{(x+1)(2(x+1)^2-2(x+3)(x-1))}{(x+1)^4} = \frac{2(x+1)^2-(x+3)(x-1)}{(x+1)^3}$$

$y''(-3) = \frac{8}{-8} = -1 < 0 \textit{Máximo}; \; y(1) = \frac{8}{8} = 1 > 0$Máximo

solución en el punto (1,4) (b)

872.- I)Verdadera

II) Falsa. Contraejemplo $y = x^2$ en (-1,1)

III) Contradice el teorema de los valores extremos y se subentiende que no

se refiere a R como intervalo cerrado. Falso. (d)

873.- g(-2)=(-2)$^3 - 4(-2)^2 + 4(-2) - 1 = -33; g(0) = -1.$*Además*

$g'(t) = 3t^2 - 8t + 4; g'(t) = 0 \Rightarrow 3t^2 - 8t + 4 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow t = \frac{8 \pm \sqrt{64-48}}{6} \Rightarrow t = 2, t = \frac{2}{3}; t = 2yt = \frac{2}{3}$

no pertenecen a [-2,0] máximo en

t = 0 y mínimo en t = -2 (c)

874.- La pendiente en toda recta paralela al eje x, vale cero.

o bien: $f'(\theta) = 0$ para todo θ (e)

Dada la función constante :$g(x) = sen\frac{\pi}{6}$ toda normal a la curva es perpendicular al eje x pasando por $x=\dfrac{1}{6}$ (a)

876.- $\ln y = senx \ln(\cos x)$

$$\frac{1}{y}y' = senx\frac{1}{\cos x}(-senx)+[\ln(\cos x)]\cos x$$

$$=\frac{-sen^2 x}{\cos x}+\cos x\ln(\cos x)$$

$$=\frac{-sen^2 x+\cos^2 x\ln(\cos x)}{\cos x}$$

$$y' = (\cos x)^{senx}\frac{-sen^2 x+\cos^2 x\ln(\cos x)}{\cos x} \quad (b)$$

877.- Se sabe que $\exp(\ln u) = u \therefore f(x)=\dfrac{x^2}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow f'(x)=\frac{2x}{2} \Rightarrow f'(x)=1 \quad (c)$$

Sección LXXXI.- Dar el valor de las siguientes integrales indefinidas.

878.- $\int x^3 dx$

879.- $\int (u-2)du$

880.- $\int \frac{4d\theta}{1+\theta^2}$

881.- $\int edt$

882.- $\int (\ln z)dx$

883.- $\int \frac{5}{x^{-3}}dx$

884.- $\int (x+2x^2)dx$

885.- $\int \frac{dt}{e^{-t}}$

886.- $\int \frac{x^2-5x+6}{x-3}dx$

887.- $\int 5dz$

888.- $\int \cos\frac{\pi}{2}d\theta$

889.- $\int \sec^2\theta dx$

890.- $\int e^{tg^2x} ydy$

891.- $\int \sec^2\theta dx$

892.- $\int e^{x^x} dz$

893.- $\int e^{e^x} dz$

894.- $\int \frac{2dt}{1+t^2}$

895.- $\int \frac{t^2dt}{1+t^2}$

896.- $\int \frac{5v^2dv}{1+v^2}$

897.- $\int \cos\pi dx$

898.- $\int (-senx)dx$

899.- $\int 5\cos xdx$

900.- $\int (x^6+1)dx$

901.- $\int (x+a)^2$

902.- $\int (\sec^2\theta-1)d\theta$

903.- $\int \cos ecwctgwdw$

904.- $\int \frac{sen\theta}{\cos^2\theta}d\theta$

905.- $\int ada$

906.- $\int kxdx$

907.- $\int \phi^{-1}d\phi$

Soluciones:

878.- $\frac{x^4}{4}+c$

879.- $\int udu - 2\int du = \frac{u^2}{2} - 2u + c$

880.- $4\int \frac{d\theta}{1+\theta^2} = 4arctg\theta + c$

881.- $e\int dt = et + c$

882.- $(\ln z)\int dx = (\ln z)x + c$

883.- $5\int \frac{dx}{x^{-3}} = 5\int x^3 dx = 5\frac{x^4}{4} + c$

884.- $\int xdx + \int 2x^2 dx = \int xdx + 2\int x^2 dx = \frac{x^2}{2} + \frac{2x^3}{3} + c$

885.- $\int e^t dt = e^t + c$

886.- $\int \frac{(x-3)(x-2)}{(x-3)} dx = \int (x-2)dx = \int xdx - \int 2dx =$

$= x\int dx - 2\int dx = \frac{x^2}{2} - 2x + c$

887.- $5\int dz = 5z + c$

888.- $\cos\frac{\pi}{2}\int d\theta = (\cos\frac{\pi}{2})\theta + c$

889.- $\sec^2\theta\int dx = (\sec^2\theta)x + c$

890.- $e^{tg^2 x}\int ydy = e^{tg\,2}\frac{y^2}{2} + c = \frac{y^2 e^{tg^2 x}}{2} + c$

891.- $\int dx = x + c$

892.- $e^{x^x}\int dz = e^{x^x}.z + c = ze^{x^x} + c$

893.- $e^{e^x}\int dz = e^{e^x}.z + c = ze^{e^x} + c$

894.- $2\int \frac{1}{1+t^2} d = 2arctgt + c$

895.- $\int \frac{1+t^2-1}{1+t^2} dt = \int (1 - \frac{1}{1+t^2})dt =$

$= \int dt - \int \frac{dt}{1+t^2} = t - arctgt + c$

896.- $5\int \frac{v^2 dv}{1+v^2} = 5\int \frac{1+v^2-1}{1+v^2} dv = 5\int (1 - \frac{1}{1+v^2})dv =$

$= 5(\int dv - \int \frac{dv}{1+v^2}) = 5(v - arctgv) + c$

897.- $\cos\pi\int dx = (\cos\pi)x + c = x\cos\pi + c = -x + c$

898.- $\int(-senx)dx = -\int senxdx = -(-\cos x) + c =$
$= \cos x + c$

899.- $5\int \cos xdx = 5senx + c$

900.- $\int x^6dx + \int dx = \frac{x^7}{7} + x + c$

901.- $\int(x^2 + 2xa + a^2) = \frac{x^3}{3} + 2a + \frac{x^2}{2} + a^2x + c =$
$= \frac{x^3}{3} + ax^2 + a^2x + c$

902.- $\int \sec^2\theta d\theta - \int d\theta = tg\theta - \theta + c$

903.- $-\cos ecw + c$ $\int \frac{sen\theta}{\cos\theta}.\frac{1}{\cos\theta}d\theta = \int tg\theta\sec\theta d\theta = \sec\theta + c$

905.- $\int ada = \frac{a^2}{2} + c$

906.- $\frac{kx^2}{2} + c$

907.- $\int\frac{d\theta}{\theta} = \ln|\theta| + c$

Sección LXXXII.- Dada u=f(x), Calcular el diferencial de u (du) en función de x,si:

908.- $du = dx$

909.- $du = dx$

910.- $du = 4dx$

911.- $du = 3dx$

912.- $du = -2dx$

913.- $du = 2dx$

914.- $du = 6xdx$

915.- $du = (3x^2 - 3)dx = 3(x^2 - 1)dx$

916.- $du = (3x^2 - 2)dx$

917.- $du = (8x^3 - 6)dx = 2x(4x^2 - 3)dx$

918.- $du = \cos x$

919.- $du = -senxdx$

920.- $du = (sen^2 2x)2dx$

921.- $du = 2\sec x.\sec x.tgxdx$
$= 2\sec^2 x.tgxdx$

922.- $du = \frac{1}{x}dx$

923.- $du = 2(\ln x)\frac{1}{x}dx =$
$= \frac{2\ln xdx}{x}$

924.- $du = \frac{1}{2\sqrt{x}}dx$

925.- $du = \frac{dx}{2\sqrt{x+1}}$

926.- $du = \frac{1}{1+x^2}dx$

927.- $du = e^x dx$

928.- $du = e^{x+1}dx$

929.- $du = -\frac{1}{x^2}dxx$

930.- $du = \frac{2}{x^3}dx$

931.- $du = \frac{-dx}{(x+1)^2}$

932.- $du = \frac{1}{2}(\cos 2x)2dx = \cos 2xdx$

933.- $du = e^{2x^2}.4xdx =$
$= 4xe^{2x^2}dx$

934.- $du = (\cos nx)ndx =$
$= n\cos nxdxx$

935.- $du = 2(\cos nx)(-sennx)ndx$
$= -2n\cos nx.sennxdx$

936.- $du = 2.\frac{1}{\frac{x}{2}}dx = \frac{4}{x}dx$

937.- $du = 2(\ln\frac{x}{2}).\frac{1}{\frac{x}{2}}dx = \frac{4\ln\frac{x}{2}}{x}dx$

Soluciones:

908.-	$u = x$	909.-	$u = x+7$
910.-	$u = 4x$	911.-	$u = 3x-5$
912.-	$u = -2x+7$	913.-	$u = x^2$
914.-	$u = 3x^2+5$	915.-	$u = x^3-3x$
916.-	$u = x^3-2x$	917.-	$u = 2x^4-3x^2$
918.-	$u = senx$	919.-	$u = \cos x$
920.-	$u = tg2x$	921.-	$u = \sec^2 x$
922.-	$u = \ln x$	923.-	$u = \ln^2 x$
924.-	$u = \sqrt{x}$	925.-	$u = \sqrt{x+1}$
926.-	$u = arctgx$	927.-	$u = e^x$
928.-	$u = e^{x+1}$	929.-	$u = \frac{1}{x}$
930.-	$u = -\frac{1}{x^2}$	931.-	$u = \frac{1}{x+1}$
932.-	$u = \frac{1}{2}sen2x$	933.-	$u = e^{2x^2}$
934.-	$u = sennx$	935.-	$u = \cos^2 nx$
936.-	$u = \ln\left(\frac{x}{2}\right)^2$	937.-	$u = \ln^2(\frac{x}{2})$

Sección LXXXIII.- Calcular las siguientes integrales indefinidas:

938.- $\int \frac{dx}{x+1}$

939.- $\int \frac{2dz}{z-3}$

940.- $\int \frac{adu}{u+b}$

941.- $\int \frac{xdx}{x+1}$

942.- $\int \frac{3udu}{u-5}$

943.- $\int e^{at+b}dt$

944.- $\int \frac{\cos\theta}{sen^7\theta}$

945.- $\int \frac{dx}{1+e^{-x}}$

946.- $\int (a+\ln t)\frac{dt}{t}$

947.- $\int (1-\frac{1}{x})^3 \frac{dx}{x^2}$

948.- $\int \frac{arctg\theta d\theta}{1+\theta^2}$

949.- $\int \frac{du}{u(1-\ln u)}$

950.- $\int \frac{\sec^2\theta d\theta}{e^{tg\theta}}$

951.- $\int \frac{sen\, e^{-t} dt}{e^t}$

952.- $\int \frac{(sen\frac{1}{x})dx}{x^2}$

953.- $\int [sen(3x-1)][\cos(3x-1)]dx$

954.- $\int (\ln^2 \cos x) tgxdx$

955.- $\int \frac{\ln(\ln u)du}{u\ln u}$

956.- $\int e^{x+e^x}dx$

957.- $\int \frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}dx$

958.- $\int e^{tg\theta}\sec^2\theta d\theta$

959.- $\int \frac{-sen\theta}{\cos\theta}d\theta$

960.- $\int \sec^2(u^2+1)2udu$

961.- $\int 5sen5xdx$

962.- $\int 2u(u^2+1)^{\frac{3}{2}}du$

963.- $\int \cos^5\theta(-sen\theta)d\theta$

964.- $\int 2ue^{u^2}du$

965.- $\int 5tg5xdx$

966.- $\int \cos xe^{senx}dx$

967.- $\int ue^{-u^2}du$

968.- $\int \frac{e^x dx}{e^{2x}+2e^x+1}$

969.- $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$

970.- $\int \theta\sqrt{1-\theta^2}d\theta$

971.- $\int \frac{sen\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+3}}dx$

972.- $\int \frac{\cos^3\theta d\theta}{1-sen\theta}$

973.- $\int \frac{1-\cos 2\theta}{1+\cos 2\theta}d\theta$

974.- $\int \frac{(2x+1)dx}{x^2+x+1}$

975.- $\int \frac{xdx}{(x^2+1)^5}$

976.- $\int \frac{dx}{a+bx}$

977.- $\int (a+bx)^n dx; n \neq -1$

978.- $\int \frac{x^{n-1}}{a+bx^n}dx$

979.- $\int sen(ax+b)dx$

980.- $\int xsen(x^2+1)dx$

981.- $\int \frac{dx}{x(\ln x)^n} n \neq -1$

982.- $\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx$

Soluciones:

938.- $u = x+1, du = dx \Rightarrow \int \frac{dx}{x+1} = \int \frac{du}{u} = \ln u + c$
$= \ln(x+1)+c$

939.- $u = z-3, du = dz \Rightarrow \int \frac{2}{z-3}dz = 2\int \frac{dz}{z-3} =$

$= 2\int \frac{du}{u} = 2\ln|u| + c = 2\ln|z-3| + c$

940.- $a\int \frac{du}{u} = a\ln|u+b| + c$

941.- $\int \frac{x+1-1}{x+1}dx = \int (1-\frac{1}{x})dx = \int dx - \int \frac{dx}{x+1} =$

$x - \ln|x+1| + c$

943.- $3\int \frac{udu}{u-5} = 3\int \frac{u-5+5}{u-5}du =$

$= 3\int (1+\frac{5}{u-5})du = 3(\int du + 5\int \frac{du}{u-5}) =$
$= 3(u+5\ln|u-5|)+c$

943.- $u = at + b, du = adt; \int e^{at+b} dt = \frac{1}{a} \int e^u du$

$= \frac{1}{a} e^u + c = \frac{1}{a} e^{at+b} + c$

944.- $u = sen\theta, du = \cos\theta d\theta; \int \frac{\cos\theta}{sen^7\theta} = \int \frac{du}{u^7} =$

$= \int u^{-7} du = \frac{u^{-6}}{-6} + c = -\frac{1}{u^6} + c = -\frac{1}{6sen^6\theta} + c$

945.- $\int \frac{dx}{1+e^{-x}} = \int \frac{e^x dx}{e^x + 1}; u = e^x + 1, du = e^x dx;$

$\int \frac{e^x dx}{e^x + 1} = \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c = \ln|e^x + 1| + c$

946.- $u = a + \ln t; du = \frac{dt}{t}; \int (a + \ln t) \frac{dt}{t} = \int udu$

$= \frac{u^2}{2} + c = \frac{(a + \ln t)^2}{2} + c$

947.- $u = (1 - \frac{1}{x}); du = \frac{1}{x^2} dx; \int (1 - \frac{1}{x})^3 \frac{dx}{x^2} = \int u^3 du =$

$= \frac{u^4}{4} + c = \frac{(1 - \frac{1}{x})^4}{4} + c$

948.- $u = arctg\theta, du = \frac{1}{1+\theta^2} d\theta; \int \frac{arctg\theta d\theta}{1+\theta^2} =$

$= \int udu = \frac{u^2}{2} + c = \frac{(arctg\theta)^2}{2} + c$

949.- $t = 1 - \ln u; dt = -\frac{1}{u} du; \int \frac{du}{u(1 - \ln u)} = -\int \frac{dt}{t} =$

$= -\ln|t| + c = -\ln|1 - \ln u| + c$

950.- $u = -tg\theta, du = -\sec^2\theta d\theta; \int e^{-tg\theta} \sec^2\theta d\theta =$

$= -\int e^u du = -e^u + c = -e^{-tg\theta} + c = \frac{-1}{e^{tg\theta}} + c$

951.- $u=e^{-t}, du=-e^{-t}dt; \int \frac{sen\, e^{-t}dt}{e^{t}} = -\int sen\, u\, du$

$= \cos u + c = \cos(e^{-t}) + c$

952.- $u=\frac{1}{x}, du=-\frac{1}{x^2}dx; \int \frac{(sen\frac{1}{x})dx}{x^2} = -\int senudu$

$= \cos u + c = \cos\frac{1}{x} + c$

953.- $u = sen(3x-1), du = 3\cos(3x-1)dx;$

$\int [sen(3x-1)][\cos(3x-1)]dx = \frac{1}{3}\int udu = \frac{1}{3}\frac{u^2}{2} + c$

$= \frac{1}{6}u^2 + c = \frac{1}{6}sen^2(3x-1) + c$

Sugerencias.- Use $u = \cos(3x\text{-}1)$ y compare los resultados.

954.- $u = \ln|\cos x|, du = \frac{1}{\cos x}(-senx)dx = -tgxdx;$

$\int \ln^2|\cos x|.tgxdx = -\int u^2 du = -\frac{u^3}{3} + c =$

$= -\frac{\ln^3|\cos x|}{3} + c$

955.- $t = \ln(\ln|u|), dt = \frac{1}{\ln u}.\frac{1}{u}du = \frac{du}{u\ln u};$

$\int \frac{\ln(\ln|u|)du}{u\ln|u|} = \int tdt = \frac{t^2}{2} + c = \frac{\ln^2(\ln|u|)}{2} + c$

956.- $\int e^x e^{e^x}dx; u = e^{e^x}, du = e^{e^x}e^x dx;$

$\int e^{x+e^x} = \int d = u + c = e^{e^x} + c$

957.- $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}dx = \int \frac{e^x dx}{e^x + e^{-x}} - \int \frac{e^{-x}dx}{e^x + e^{-x}} =$

$$=\int\frac{e^{2x}dx}{e^{2x}+1}-\int\frac{e^{-2x}dx}{1+e^{-2x}};u=e^{2x+1},$$

$$du=2e^{2x}dx;v=1+e^{-2x},dv=-2e^{-2x}dx$$

$$\int\frac{e^{2x}dx}{e^{2x}+1}-\int\frac{e^{-2x}dx}{1+e^{-2x}}=\frac{1}{2}\int\frac{du}{u}+\frac{1}{2}\int\frac{dv}{v}=$$

$$\frac{1}{2}\ln|u|+\frac{1}{2}\ln|v|+c=\frac{1}{2}\ln\left|e^{2x}+1\right|+\frac{1}{2}\ln\left|e^{-2x}+1\right|$$

$$+c=\frac{1}{2}\ln(e^{2x}+1)(e^{-2x}+1)+c=$$

$$=\frac{1}{2}\ln(1+e^{-2x}+e^{2x}+1)+c=\frac{1}{2}\ln(e^{2x}+e^{-2x}+2)+c$$

958.- $u=tg\theta,du=\sec^2\theta d\theta;\int e^{tg\theta}\sec^2\theta d\theta=$

$$=\int e^u du=e^u+c=e^{tg\theta}+c$$

959.- $u=\cos\theta,du=-sen\theta d\theta;\int\frac{-sen\theta}{\cos\theta}d\theta=\int\frac{du}{u}=$

$$=\ln|u|+c=\ln|\cos\theta|+c$$

960.- $t=u^2+1,dt=2udu;\int\sec^2(u^2+1)2udu=$

$$\int\sec^2 tdt=tgt+c=tg(u^2+1)+c$$

961.- $u=5x,du=5dx;\int 5sen5xdx=$

$$=\int senudu=-\cos u+c=-\cos 5x+c$$

962.- $t=u^2+1,dt=2udu;\int 2u(u^2+1)^{\frac{3}{2}}du=$

$$=\int t^{\frac{3}{2}}dt=\frac{t^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}}+c=\frac{2}{5}t^{\frac{5}{2}}+c=\frac{2}{5}(u^2+1)^{\frac{5}{2}}+c$$

$$=\frac{2}{5}\sqrt{(u^2+1)^5}+c$$

963.- $u=\cos\theta,du=-sen\theta d\theta;\int\cos^5\theta(-sen\theta)d\theta=$

$$=\int u^5du=\frac{u^6}{6}+c=\frac{\cos^6\theta}{6}+c$$

964.- $t=u^2,dt=2udu;\int 2ue^{u^2}du=\int e^t dt=$

$$=e^t+c=e^{u^2}+c$$

965.- $\int \frac{5sen5xdx}{\cos 5x}; u=\cos 5x, du=-(sen5x)5dx$

$\int \frac{5sen5xdx}{\cos 5x} = -\int \frac{du}{u} = -\ln|u| + c =$
$= -\ln|\cos 5x| + c$

966.- $u = senx, du = \cos xdx; \int \cos xe^{senx}dx =$
$\int e^u du = e^u + c = e^{senx} + c$

967.- $t = -u^2, dt = -2udu; \int ue^{-u^2}du = -\frac{1}{2}\int e^t dt =$
$= -\frac{1}{2}e^t + c = -\frac{1}{2}e^{-u^2} + c$

968.- $\int \frac{e^x dx}{e^{2x}+2e^x+1} = \int \frac{e^x dx}{(e^x+1)^2}; u = e^x+1, du = e^x dx;$
$\int \frac{e^x dx}{(e^x+1)^2} = \int \frac{du}{u^2} = \int u^{-2}du = \frac{u^{-1}}{-1} + c =$
$= -\frac{1}{u} + c = -\frac{1}{e^x+1} + c$

969.- $u = 1-x^2, du = -2xdx; \int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{1}{2}\int \frac{du}{u^{\frac{1}{2}}} =$
$= -\frac{1}{2}\int u^{-\frac{1}{2}}du = -\frac{1}{2}\frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + c = -\sqrt{u} + c =$
$= -\sqrt{1-x^2} + c$

970.- $u = 1-\theta^2, du = -2\theta d\theta; \int \theta\sqrt{1-\theta^2}d\theta =$
$= -\frac{1}{2}\int u^{\frac{1}{2}}du = -\frac{1}{2}\frac{u^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c = -\frac{1}{3}\sqrt{u^3} + c =$
$= -\frac{1}{3}\sqrt{(1-\theta^2)^3} + c$

$$u=\sqrt{x+3}, du=\frac{1}{2}(x+3)^{-\frac{1}{2}}dx=\frac{dx}{2\sqrt{x+3}},$$

971.- $$\int\frac{sen\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+3}}dx=2\int senudu=2(-\cos u)+c=$$
$$=-2\cos u+c=-2\cos\sqrt{x+3}+c$$

972.- $$\int\frac{\cos^3\theta d\theta}{1-sen\theta}=\int\frac{\cos^3\theta}{1-sen\theta}.\frac{1+sen\theta}{1+sen\theta}d\theta=$$
$$=\int\frac{\cos^3\theta(1+sen\theta)}{1-sen^2\theta}d\theta=\int\frac{\cos^3\theta(1+sen\theta)}{\cos^2\theta}d\theta=$$
$$=\int\cos(1+sen\theta)d\theta=\int(\cos\theta+\cos\theta sen\theta)d\theta=$$
$$=\int\cos\theta d\theta+\int\cos\theta sen\theta d\theta=sen\theta+c_1+$$
$$+\int\cos\theta sen\theta d\theta; u=\cos\theta; du=-sen\theta d\theta;$$
$$sen\theta+c_1-\int\cos\theta sen\theta d\theta=sen\theta+c_1-\int udu$$
$$=sen\theta+c_1-\frac{u^2}{2}+c_2=sen\theta+c_1-\frac{\cos^2\theta}{2}+c_2=$$
$$=sen\theta-\frac{\cos^2\theta}{2}+c$$

973.- $$\int\frac{1-\cos2\theta}{1+\cos2\theta}d\theta=\int\frac{\frac{1-\cos2\theta}{2}}{\frac{1+\cos2\theta}{2}}d\theta=\int\frac{sen^2\theta}{\cos^2\theta}d\theta=$$
$$=\int(\frac{1-\cos^2\theta}{\cos^2\theta})d\theta=\int(\sec^2\theta-1)d\theta=\int\sec^2\theta d\theta-\int d\theta=$$
$$=tg\theta-\theta+c$$

974.- $$u=x^2+x+1, du=(2x+1)dx; \int\frac{(2x+1)dx}{x^2+x+1}=$$
$$=\int\frac{du}{u}=\ln|u|+c=\ln\left|x^2+x+1\right|+c$$

975.- $$u=x^2+1, du=2xdx; \int\frac{xdx}{(x^2+1)^5}=\frac{1}{2}\int\frac{du}{u^5}=$$
$$=\frac{1}{2}\int u^{-5}du=\frac{1}{2}\frac{u^{-4}}{-4}+c=-\frac{1}{8u^4}+c=-\frac{1}{8(x^2+1)^4}+c$$

976.- $$u=a+bx, du=bdx; \int\frac{dx}{a+bx}=\frac{1}{b}\int\frac{du}{u}=$$
$$=\frac{1}{b}\ln|u|+c=\frac{1}{b}\ln|a+bx|+c$$

977.- $u=a+bx, du=bdx; \frac{1}{b}\int u^n du=\frac{1}{b}\frac{u^{n+1}}{n+1}+c$

$=\frac{u^{n+1}}{b(n+1)}+c=\frac{(a+bx)^{n+1}}{b(n+1)}+c$

978.- $u=a+bx^n, du=bnx^{n-1}dx; \int\frac{x^{n-1}dx}{a+bx^n}=$

$=\frac{1}{b^n}\int\frac{du}{u}=\frac{1}{b^n}\ln|u|+c=\frac{1}{b^n}\ln\left|a+bx^n\right|+c$

979.- $u=ax+b, du=adx; \int sen(ax+b)dx=$

$=\frac{1}{a}\int senudu=\frac{1}{a}(-\cos u)+c=-\frac{1}{a}\cos u+c$

$=-\frac{1}{a}\cos(ax+b)+c$

980.- $u=x^2+1, du=2xdx; \int xsen(x^2+1)dx=$

$=\frac{1}{2}\int sen\, u\, du=-\frac{1}{2}\cos u+c=-\frac{1}{2}\cos(x^2+1)+c$

981.- $u=\ln|x|; du=\frac{1}{x}dx; \int\frac{dx}{x(\ln x)^n}=\int\frac{du}{u^n}=$

$=\int u^{-n}du=\frac{u^{-n+1}}{-n+1}+c=\frac{u^{1-n}}{1-n}+c=$

$=\frac{(\ln|x|)^{1-n}}{1-n}+c$

982.- $u=f(x), du=f'(x)dx; \int\frac{f'(x)}{f(x)}=\int\frac{du}{u}=$

$=\ln|u|+c=\ln|f(x)|+c$

Sección LXXXIV.- Dar el valor de las siguientes integrales definidas:

983.- $\int_0^1(5+\frac{x}{3})dx$

984.- $\int_0^{2a}\sqrt{a+4x}dx$

985.- $\int_0^1(12-3x)^{-1}dx$

986.- $\int_0^1\frac{zdz}{3z^2+5}$

987.- $\int_1^2\frac{8udu}{5u^2-3}$

988.- $\int_2^4\frac{z-2}{z^2-4z+5}dz$

989.- $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot g\theta d\theta$

990.- $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{d\theta}{sen\theta\cos\theta}$

991.- $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{d\theta}{\cos\theta}$

992.- $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{sen\theta}$

993.- $\int_{0}^{1} \frac{2udu}{5+4u^2}$

994.- $\int_{0}^{\pi} \cos(a+bx)dx$

995.- $\int_{a}^{b} \frac{g'(x)dx}{g(x)}$

996.- $\int_{a}^{\frac{\pi}{2}} sen^3 xdx$

997.- $\int_{1}^{2} \frac{udu}{a-u^2}; a>0$

998.- $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} tg^2\theta d\theta$

999.- $\int_{0}^{1} \frac{e^{\theta}d\theta}{e^{\theta}+e^{-\theta}}$

1000.- $\int_{a}^{b} [sen(a+bx)]\cos(a+bx)dx$

Sección LXXXV.- Identificar el área de la superficie s, si s es:

1001.- Un cuadrado de lado a

1002.- Un rectángulo de lados a y b

1003.- Un triángulo rectángulo de catetos a y b

1004.- Un triángulo de base b y altura h

1005.- Un trapecio de bases a y b, con altura h

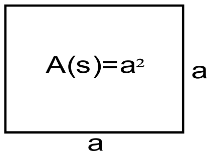
1006.- Un triángulo rectángulo e isósceles de hipotenusa a

1007.- Un triángulo equilátero de lado a

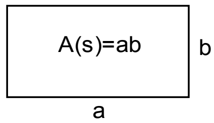
1007.- Un circulo de radio a

Soluciones:

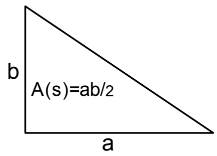
1001.-



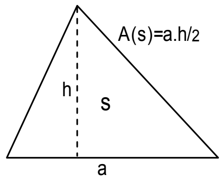
1002.-



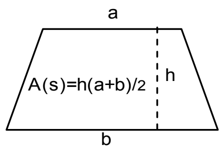
1003.-



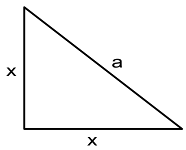
1004.-



1005.-



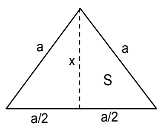
1006.-



Por Pitágoras:

$$2x^2 = a^2$$
$$x = \frac{a}{2}\sqrt{2}$$
$$A(s) = (\frac{a}{2}\sqrt{2})^2 / 2 = \frac{a^2}{4}$$

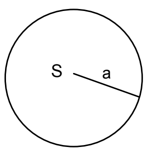
1007.-



Por Pitágoras:

$$x^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} \Rightarrow$$
$$x^2 = \frac{3}{4}a^2 \Rightarrow x = \frac{a}{2}\sqrt{3}$$
$$A(s) = \frac{a/2.\frac{a}{2}\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$$

1008.-



Sección: LXXXVI.- Graficando previamente cada situación, calcular el área de la superficie s (mediante el uso de la integral), si s está delimitada por:

1009.- La recta: -3x+2y-4=0, el eje x y las rectas: x=1, x=3

1010.- La recta: -y=2x+4, el eje x , el eje y y la recta: x=2

1011.- La recta: -y=2x+4,, el eje x y el eje y

1012.- La recta: -y=2x+4, el eje x y la recta: x=2

1013.- La curva: $y=\frac{2}{1+x}$, el eje x y las rectas $x=1, x=3$

1014.- La curva: $y=x^2-3x+2$, el eje x y las rectas $x=1, x=4$

1015.- La curva: $y=x^3$, el eje x y las rectas $x=-2, x=2$

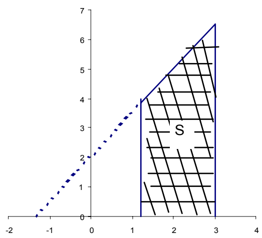
1016.- Las curvas: $y=x^2, y=x$

1017.- Las curvas: $y=x^2, y=x,\ x=2$

1018.- Las curvas: $y=3x+2, y=x, el$ eje y

Soluciones:

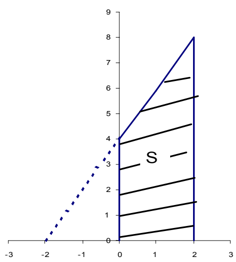
1009.-



$$A(s)=\int_1^3\left(\frac{3x}{2}-2\right)dx$$

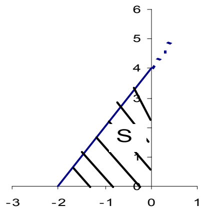
$$=\frac{3}{2}\frac{x^2}{2}-2x$$
$$=\frac{3x^2}{4}-2x$$
$$=\left(\frac{27}{4}-6\right)-\left(\frac{3}{4}-2\right)$$
$$=6\frac{3}{4}-6-\frac{3}{4}+2$$
$$A(s)=2$$

1010.-



$$A(s)=\int_0^2(2x+4)dx$$
$$=\frac{2x^2}{2}+4x$$
$$=x^2+4x$$
$$=4+8$$
$$A(s)=12$$

1011.-

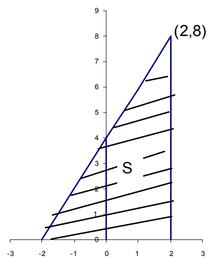


$$A(s)=\int_{-2}^{0}(2x+4)dx$$

$$=x^2+4x$$
$$=-(4-8)$$

$A(s)=4$ (Dado que s es una superficie triangular, se tiene $A(s)=\frac{2.4}{2}=4$)

1012.-

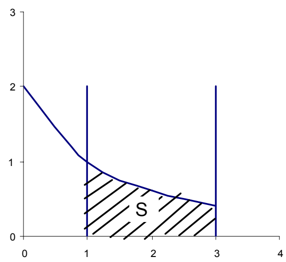


$$A(s)=\int_{-2}^{2}(2x+4)dx$$

$$=x^2+4x$$
$$=(4+8)-(4-8)$$
$$=12+4$$

$A(s)=16$.(Dado que s es una superficie triangular, se tiene: $A(s)=\dfrac{4.8}{2}=16$)

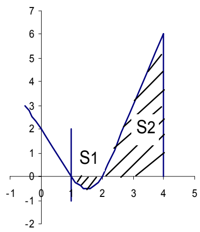
1013.-



$$A(s)=\int_{1}^{3}\frac{2}{1+x}dx=2\int_{1}^{3}\frac{dx}{1+x}$$

$$=2\ln|1+x|=2(\ln 4-\ln 2)$$
$$=2\ln 2=\ln 4$$

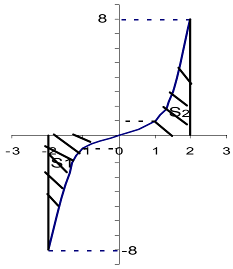
1014.-



$$A(s)=A(s_1)+A(s_2)$$

$$=\int_{1}^{2}-(x^2-3x+2)dx+\int_{2}^{4}(x^2-3x+2)dx$$
$$=-(\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+2x)+(\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+2x)$$
$$=-[(\frac{8}{3}-6+4)-(\frac{1}{3}-\frac{3}{2}+2)]+$$
$$+(\frac{64}{3}-24+8)-(\frac{8}{3}-6+4)$$
$$A(s)=\frac{17}{6}$$

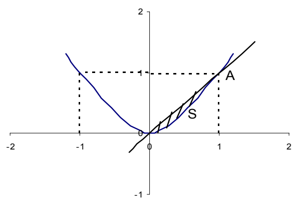
1015.-



$$A(s)=A(s_1)+A(s_2)$$

$$pero: A(s_1)=A(s_2)\therefore$$
$$A(s)=2A(s_1)$$
$$=2\int_{0}^{2}x^3dx=2\frac{x^4}{4}$$
$$=\frac{x^4}{2}=8$$
$$A(s)=8$$

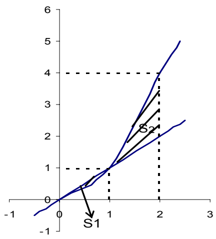
1016.-



Ptos de intersección: $\begin{matrix} y=x^2 \\ y=x \end{matrix}\Rightarrow$

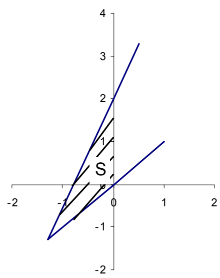
$\Rightarrow x(x-1)=0 \Rightarrow$
$\Rightarrow x=0, x=1. Ptos:(0,0),(1,1)$

$$A(s)=\int_0^1 (x-x^2)dx = \frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3} = \frac{1}{2}-\frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

1017.- 

$$A(s)=A(s_1)+A(s_2)$$

$$= \int_0^1 (x-x^2)dx + \int_1^2 (x^2-x)dx$$
$$= (\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}) + (\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2})$$
$$= (\frac{1}{2}-\frac{1}{3}) + (\frac{8}{3}-2) - (\frac{1}{3}-\frac{1}{2})$$
$$= \frac{1}{6}+\frac{2}{3}+\frac{1}{6}$$
$$A(s)=1$$

1018.- 

Pto. intersección: $y=3x+2$

$\Rightarrow$

$y=x$

$\Rightarrow x=3x+2 \Rightarrow -2=2x \Rightarrow x=-1$

$$A(s)=\int_{-1}^{0}[(3x+2)-x]dx = \int_{-1}^{0}(2x+2)dx$$
$$=\frac{2x^2}{2}+2x = x^2+2x =$$
$= -(1-2) = 1$(aprovechando que la superficie es triángular,

se podria admitir que: $A(s)=\frac{2.1}{2}=1$)

Sección LXXXVII.- Calcular las ANIDERIVADAS de las funciones siguientes:

1019.- $$\int(2x^3-3x^2+5)dx = \frac{2x^4}{4}-\frac{3x^3}{3}+5x+c=$$
$$=\frac{x^2}{2}-x^3+5x+c$$

1020.- $$\int\frac{zdz}{z+1} = \int\frac{(z+1)-1}{z+1}dz = \int(1-\frac{1}{z+1})dz =$$

$$= \int dz - \int \frac{dz}{z+1} = z + c_1 - \ln|z+1| + c_2 =$$
$$= z - \ln|z+1| + c$$

1021.- $u = \cos 3\theta, du = -(sen3\theta)3d\theta \Rightarrow$

$$\int \cos 3\theta sen3\theta d\theta = -\frac{1}{3}\int udu = -\frac{1}{3}\frac{u^2}{2} + c =$$
$$= -\frac{u}{6} + c = -\frac{\cos^2 3\theta}{6} + c$$

1022.- $\int \cos^3 \phi d\phi = \int \cos^2 \phi \cos\phi d\phi = \int (1 - sen^2\phi)\cos\phi d\phi =$

$$= \int (\cos\phi - sen^2\phi\cos\phi)d\phi = \int \cos\phi d\phi -$$
$$-\int sen^2\phi\cos\phi d\phi = sen\phi + c_1 - \int sen^2\phi\cos\phi d\phi;$$
$$u = sen\phi, du = \cos\phi d\phi \Rightarrow sen\phi + c_1 - \int u^2 du =$$
$$= sen\phi + c_1 - \frac{u^3}{3} + c_2 = sen\phi + c_1 - \frac{sen^3\phi}{3} + c_2 =$$
$$= sen\phi - \frac{sen^3\phi}{3} + c$$

1023.- $\int \frac{udu}{u^2-4}; t = u^2 - 4, dt = 2udu \Rightarrow \frac{1}{2}\int \frac{at}{t} =$

$$= \frac{1}{2}\ln|t| + c = \frac{1}{2}\ln|u^2 - 4| + c$$

1024.- $\int \frac{tg\sqrt{\phi}}{\sqrt{\phi}}d\phi; u = \sqrt{\phi}, du = \frac{d\phi}{\sqrt{\phi}} \Rightarrow 2\int tgudu =$

$$= 2\int \frac{semudu}{\cos u}; t = \cos u, dt = -senudu \Rightarrow$$
$$\Rightarrow -2\int \frac{dt}{t} = -2\ln|t| + c = -2\ln\left|\cos\sqrt{\phi}\right| + c$$

1025.- $\int (\sqrt{3x} - 2)^2 dx = \int (3x - 4\sqrt{3x} + 4)dx = \int 3xdx + \int 4dx -$

$$-\int 4\sqrt{3x}dx = \frac{3x^2}{2} + c_1 + 4x + c_2 - 4\int \sqrt{3x}dx =$$
$$\frac{3}{2}x^2 + 4x + c_3 - 4\int \sqrt{3x}dx; u = 3x, du = 3dx \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \frac{3}{2}x^2 + 4x + c_3 - \frac{4}{3}\int u^{1/2}du = \frac{3}{2}x^2 + 4x - c_3 - \frac{4}{3}\frac{u^{3/2}}{3/2} + c_4$$
$$= \frac{3}{2}x^2 + 4x + c_3 - \frac{8}{9}\sqrt{u^3} + c_4 = \frac{3}{2}x^2 + 4x - \frac{8}{9}\sqrt{u^3} + c =$$
$$= \frac{3}{2}x^2 + 4x - \frac{8}{9}\sqrt{(3x)^3} + c = \frac{3}{2}x^2 + 4x - \frac{8}{9}.3x\sqrt{3x} + c$$
$$= \frac{3}{2}x^2 + 4x - \frac{8}{3}x\sqrt{3x} + c$$

1026.-

$$\int x^2\sqrt{1-x^3}dx, u = 1 - x^3, du = -3x^2dx$$
$$-\frac{1}{3}\int u^{1/2}du = -\frac{1}{3}\frac{u^{3/2}}{3/2} + c = -\frac{2}{9}u^{3/2} + c =$$
$$= -\frac{2}{9}\sqrt{u^3} + c = -\frac{2}{9}\sqrt{(1-x^3)} + c$$

1027.-

$$\int tsent^2\cos t^2dt; u = sent^2, du = \cos t^2.2tdt$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}\int udu = \frac{1}{2}\frac{u^2}{2} + c = \frac{u^2}{2} + c = \frac{sen^2t}{4} + c$$

1028.-

$$\int \frac{\cos 3\theta}{1 + sen3\theta}d\theta; u = 1 + sen3\theta, du = (\cos 3\theta)3d\theta$$
$$\Rightarrow \frac{1}{3}\int \frac{du}{u} = \frac{1}{3}\ln|u| + c = \frac{1}{3}\ln|1 + sen3\theta| + c$$

1029.-

$$\int \frac{udu}{\sqrt{9-u^2}}; t = 9 - u^2, dt = -2udu \Rightarrow$$
$$-\frac{1}{2}\int \frac{dt}{t^{1/2}} = -\frac{1}{2}\int t^{-1/2}dt = -\frac{1}{\cancel{2}}\frac{t^{1/2}}{1/\cancel{2}} + c = -t^{1/2} + c =$$
$$= -\sqrt{t} + c = -\sqrt{9-u^2} + c$$

1030.-

$$\int (x^3 - x^{-3})dx = \int x^3dx - \int x^{-3}dx = \frac{x^4}{4} - \frac{x^{-2}}{-2} + c =$$
$$\frac{x^4}{4} + \frac{1}{2x^2} + c$$

1031.-

$$\int \cos^2\theta d\theta = \int \frac{1 + \cos 2\theta}{2}d\theta = \frac{1}{2}\int d\theta + \frac{1}{2}\cos 2\theta d\theta$$
$$= \frac{1}{2}\theta + c_1 + \frac{1}{2}\int \cos 2\theta d\theta; u = 2\theta, du = 2d\theta \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2}\theta + c_1 + \frac{1}{2}\int \cos u\frac{du}{2} = \frac{1}{2}\theta + c_1 + \frac{1}{4}\int \cos udu =$$
$$= \frac{1}{2}\theta + c_1 + \frac{1}{4}senu + c_2 = \frac{1}{2}\theta + \frac{1}{4}sen2\theta + c$$

1032.- $\int \frac{\ln t}{t} dt; u = \ln t, du = \frac{dt}{t} \Rightarrow \int udu =$

$\frac{u^2}{2} + c = \frac{\ln^2 t}{2} + c$

Sección LXXXVIII.- Calcular las siguientes Integrales Indefinidas:

1033.- $\int (2x^3 - 5x^2 + 1)dx$

1034.- $\int \frac{x - \sqrt{x}}{x^2} dx$

1035.- $\int u^2(1+u^3)^{1/2} du$

1036.- $\int \frac{2x}{x+2} dx$

1037.- $\int sen^2 tdt$

1038.- $\int \frac{u^3 du}{u^2 + 4}$

1039.- $\int \frac{sen\theta}{\cos^9 \theta} d\theta$

1040.- $\int \frac{t^3 dt}{4t^4 + 1}$

1041.- $\int \frac{x^2 dx}{x^2 + 1}$

1042.- $\int \frac{zdz}{\sqrt{9 - z^2}}$

1043.- $\int sen^3 2\phi \cos 2\phi d\phi$

1044.- $\int \frac{u^2 du}{u^2 + 9}$

1045.- $\int \sec^3 \theta tg\theta d\theta$

1046.- $\int \cos ec 2w \cot g 2w dw$

Soluciones:

1033.- $\int (2x^3 - 5x^2 + 1)dx = \frac{2x^4}{4} - \frac{5x^3}{3} + x + c =$

$= \frac{x^4}{2} + \frac{5}{3}x^3 + x + c$

1034.- $\int \frac{x - \sqrt{x}}{x^2} dx = \int (\frac{x}{x^2} - \frac{x^{1/2}}{x^2})dx = \int (\frac{1}{x} - x^{-3/2})dx =$

$= \int \frac{dx}{x} - \int x^{-3/2} dx = \ln|x| + c_1 - \frac{x^{-1/2}}{-1/2} + c_2 =$

$= \ln|x| + 2x^{-1/2} + c$

1035.- $t = 1 + u^3, dt = 3u^2 du \Rightarrow \frac{1}{3}\int t^{1/2} dt =$

$= \frac{1}{3}\frac{t^{3/2}}{3/2} + c = \frac{2}{9}t^{3/2} + c = \frac{2}{9}\sqrt{(1+u^3)} + c$

1036.-

$$2\int\frac{x}{x+2}dx=2\int\frac{(x+2)-2}{x+2}dx=2\int(1-\frac{2}{x+2})dx=$$
$$=2\int dx-2\int\frac{2}{x+2}dx=2\int dx-4\int\frac{dx}{x+2}=$$
$$=2x+c_1-4\ln|x+2|+c_2=2x-4\ln|x+2|+c$$

1037.-

$$\int\frac{1-\cos 2t}{2}dt=\frac{1}{2}\int dt-\frac{1}{2}\int\cos 2tdt=$$
$$=\frac{1}{2}t+c_1-\frac{1}{2}\int\cos 2tdt;u=2t,du=2dt\Rightarrow$$
$$=\frac{1}{2}t+c_1-\frac{1}{4}\int\cos udu=\frac{1}{2}t+c_1-\frac{1}{4}senu+c_2$$
$$=\frac{1}{2}t+c_1-\frac{1}{4}sen2t+c_2=\frac{1}{2}t-\frac{1}{4}sen2t+c$$

1038.-

$$t=u^2+4,dt=2udu\Rightarrow\int\frac{u^2udu}{u^2+4}=\frac{1}{2}\int\frac{(t-4)dt}{t};$$
$$=\frac{1}{2}\int(1-\frac{4}{t})dt=\frac{1}{2}\int dt-\frac{1}{2}\int\frac{4}{t}dt=$$
$$=\frac{1}{2}t+c_1-2\ln|t|+c_2=\frac{1}{2}t-2\ln|t|+c$$

1039.-

$$u=\cos\theta,du=-sen\theta d\theta\Rightarrow-\int\frac{du}{u^9}=-\int u^{-9}du=$$
$$=-\frac{u^{-8}}{-8}+c=\frac{1}{8u^8}+c=\frac{1}{8\cos^8\theta}+c$$

1040.-

$$u=4t^4+1,du=16t^3dt\Rightarrow\frac{1}{16}\int\frac{du}{u}=$$
$$=\frac{1}{16}\ln|u|+c=\frac{1}{16}\ln\left|4t^4+1\right|+t$$

1041.-

$$\int\frac{x^2dx}{x^2+1}=\int\frac{(x^2+1-1)dx}{x^2+1}=\int(1-\frac{1}{1+x^2})dx=$$
$$=\int dx-\int\frac{dx}{1+x^2}=x+c_1-arctgx+c_2=$$
$$=x-arctgx+c$$

1042.-

$$u=9-z^2,du=-2zdz\Rightarrow-\frac{1}{2}\int\frac{du}{-u^{1/2}}=$$
$$=-\frac{1}{2}\int u^{-1/2}du=-\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}}\frac{u^{1/2}}{\cancel{1/2}}+c=-\sqrt{u}+c=$$
$$=-\sqrt{9-z^2}+c$$

1043.-

$$u=sen2\phi,du=2\cos 2\phi d\phi\Rightarrow\frac{1}{2}\int u^3du=$$
$$\frac{1}{2}\frac{u^4}{4}+c=\frac{u^4}{8}+c=\frac{sen^4 2\phi}{8}+c$$

1044.-

$$\int\frac{u^2du}{u^2+9}=\int\frac{u^2+9-9}{u^2+9}du=\int(1-\frac{9}{u^2+9})du=$$

$$\int du-9\int\frac{du}{u^2+9}=u+c_1-9.\frac{1}{3}arctg\frac{x}{3}+c_2$$

$$=u-3arctg\frac{x}{3}+c$$

1045.-

$$\int\sec^3\theta tg\theta d\theta=\int\sec^2\theta\sec\theta tg\theta d\theta;$$

$$u=\sec\theta, du=\sec\theta tg\theta d\theta\Rightarrow\int u^2du=$$

$$\frac{u^3}{3}+c=\frac{\sec^3\theta}{3}+c$$

1046.-

$$u=2w, du=2dw\Rightarrow\frac{1}{2}\int\cos ecuctgudu$$

$$=-\frac{1}{2}\cos ecu+c=-\frac{1}{2}\cos ec2w+c$$

Sección LXXXIX.- calcular las siguientes Integrales Definidas:

1047.- $\int_0^3 3x^3dx$

1048.- $\int_1^2 (x-x^2)dx$

1049.- $\int_1^4 \frac{5x-x^2}{\sqrt{x}}dx$

1050.- $\int_0^a x\sqrt{a^2-x^2}dx$

1051.- $\int_0^4 \frac{du}{\sqrt{1+2u}}$

1052.- $\int_2^3 \frac{dx}{x}$

1053.- $\int_0^{\pi/4} \cos 2x\sqrt{4-sen2x}dx$

1054.- $\int_3^8 \frac{sen\sqrt{u+1}}{\sqrt{u+1}}du$

1055.- $\int_0^1 x(x^2-1)^5dx$

1056.- $\int_1^2 x^{-2}sen\frac{1}{x}dx$

1057.- $\int_2^5 u^2\sqrt{u-1}du$

1058.- $\int_0^1 z\sqrt[3]{1+z}dz$

1059.- $\int_1^4 \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx$

1060.- $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos x}{sen^2x}dx$

1061.- $\int_0^1 \frac{x\ln\left|x^2+1\right|}{x^2+1}dx$

1062.- $\int_1^e e^{\ln x}dx$

1063.- $\int_1^7 \frac{1+tg^2 u}{\sec^2 u} du$

1064.- $\int_0^{\pi/2} \frac{sen\theta d\theta}{(3+\cos\theta)^2}$

1065.- $\int_{-1}^{1} \exp(\ln x^2) dx$

1066.- $\int_0^1 e^{-2x} dx$

Soluciones:

1047.- $\int_0^3 3x^2 dx = 3\frac{x^4}{4}\Big]_0^3 = 3.\frac{81}{4} = \frac{243}{4}$

1048.- $\int_1^2 (x-x^2)dx = \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\Big]_1^2 = (2-\frac{8}{3}) - (\frac{1}{2}-\frac{1}{3}) =$

$= -\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = -\frac{5}{6}$

1049.-

$$\int_1^4 \frac{5x-x^2}{\sqrt{x}} dx = \int_1^4 (\frac{5x}{x^{1/2}} - \frac{x^2}{x^{1/2}})dx = \int_1^4 (5x^{1/2} - x^{3/2})dx =$$

$$= 5\frac{x^{3/2}}{3/2} - \frac{x^{5/2}}{5/2}\Big]_1^4 = \frac{10}{3}\sqrt{x^3} - \frac{2}{5}\sqrt{x^5}\Big]_1^4 =$$

$$= (\frac{10}{3}\sqrt{2^6} - \frac{2}{5}\sqrt{2^{10}}) - (\frac{10}{3} - \frac{2}{5}) = (\frac{10}{3}.2^3 - \frac{2}{5}.2^5) - (\frac{10}{3} - \frac{2}{5})$$

$$= (\frac{80}{3} - \frac{64}{5}) - (\frac{10}{3} - \frac{2}{5}) = 10\frac{14}{15}$$

1050.- $\int_0^a x\sqrt{a^2-x^2}dx; u = a^2 - x^2; x = 0 \Rightarrow u = a^2 \Rightarrow$

$du = -2xdx; x = a \Rightarrow u = a$

$$-\frac{1}{2}\int_{a^2}^0 u^{1/2}du = -\frac{1}{2}\frac{u^{3/2}}{3/2}\Big]_{a^2}^0 = -\frac{1}{3}u^{3/2}\Big]_{a^2}^0 =$$

$$= -\frac{1}{3}\sqrt{(a^2-x^2)^3}\Big]_{a^2}^0 = -\frac{1}{3}(a^3) = \frac{-a^3}{3}$$

1051.-

$\int_0^4 \frac{du}{\sqrt{1+2u}}; t = 1+2u; u = 0 \Rightarrow t = 1$

$dt = 2du; u=4 \Rightarrow t=9 \qquad \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}\int_1^9 \frac{dt}{t^{1/2}} = \frac{1}{2}\int_1^9 t^{-1/2}dt = \frac{1}{2}\frac{t^{1/2}}{1/2}\Big]_1^9 = \sqrt{t}\Big]_1^9 = 3-1 = 2$$

1052.- $\int_1^e \frac{dx}{x} = \ln|x|\Big]_1^e = \cancel{\ln} e^1 - \cancel{\ln} 1^0 = 1$

1053.-

$$\int_0^{\pi/4}\cos 2x\sqrt{4-sen2x}dx;\ u=4-sen2x$$

$$du=-(\cos 2x)2dx;$$

$x=0\Rightarrow u=4$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}\int_4^3 u^{1/2}du=-\frac{1}{2}\frac{u^{3/2}}{3/2}\Big]_4^3=$$

$x=\pi/4\Rightarrow u=3$

$$=-\frac{1}{3}\sqrt{u^3}\Big]_4^3=-\frac{1}{3}\sqrt{27}+\frac{1}{3}\sqrt{64}=-\frac{3}{3}\sqrt{3}+\frac{4}{3}\sqrt{4}=$$

$$=-\sqrt{3}+\frac{4}{3}\sqrt{4}$$

1054.-

$$\int_3^8\frac{sen\sqrt{u+1}}{\sqrt{u+1}}du;t=\sqrt{u+1}\quad ;\quad dt=\frac{du}{2\sqrt{u+1}}\qquad u=8\Rightarrow t=3\quad ;\quad u=3\Rightarrow t=2\quad\Rightarrow$$

$$2\int_3^8 sentdt=2(-\cos t)]_2^3=-2\cos t]_2^3=$$

$$=-2\cos 3+2\cos 2$$

1055.-

$$\int_0^1 x(x^2-1)^5dx;\quad u=x^2-1\quad ;\quad du=2xdx\qquad x=0\Rightarrow u=-1\quad ;\quad x=1\Rightarrow u=0$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\int_{-1}^0 u^5du=\frac{1}{2}\frac{u^6}{6}\Big]_{-1}^0=\frac{u^6}{12}\Big]_{-1}^0=0-\frac{1}{12}=-\frac{1}{12}$$

1056.-

$$\int_1^2 x^{-2}sen\frac{1}{x}dx=\int_1^2\frac{1}{x^2}sen\frac{1}{x}dx;\quad u=\frac{1}{x}$$

$$du=-\frac{1}{x^2};$$

$x=1\Rightarrow u=1$

$$\Rightarrow -\int_1^{1/2}senudu=\cos u]_1^{1/2}=$$

$x=2\Rightarrow u=\frac{1}{2}$

$$=\cos\frac{1}{2}-\cos 1$$

1057.- $\int_2^5 u^2\sqrt{u-1}du;\quad t=u-1\qquad u=2\Rightarrow t=1$

$; \qquad \Rightarrow$

$dt = \ du \qquad u = 5 \Rightarrow t = 4$

$$\int_2^5 u^2\sqrt{u-1}du; \quad t = u-1; u = 2 \Rightarrow t = 1$$

$\Rightarrow$

$dt = du; u = 5 \Rightarrow t = 4$

$$\int_1^4 t^{1/2}(t+1)^2 dt = \int_1^4 t^{1/2}(t^2+2t+1)dt =$$

$$= \int_1^4 (t^{5/2}+2t^{3/2}+t^{1/2})dt = \frac{t^{7/2}}{7/2}+2\frac{t^{5/2}}{5/2}+\frac{t^{3/2}}{3/2}\Bigg]_1^4 =$$

$$= \frac{2}{7}\sqrt{t^7}+\frac{4}{5}\sqrt{t^5}+\frac{2}{3}\sqrt{t^3}\Bigg]_1^4 =$$

$$= \frac{2}{7}.2^7+\frac{4}{5}.2^5+\frac{2}{3}.2^3-\frac{2}{7}-\frac{4}{5}-\frac{2}{3} = 66\frac{16}{105}$$

1058.- $$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos x}{sen^3 x}dx; \quad u = senx \qquad x = \pi/4 \Rightarrow u = \sqrt{2}/2$$

$; \qquad \Rightarrow$

$du = \cos x dx \qquad x{=}\pi/2 \Rightarrow u = 1$

$$\int_{\sqrt{2}/2}^{1} \frac{du}{u^3} = \int_{\sqrt{2}/2}^{1} u^{-3}du = \frac{u^{-2}}{-2}\Bigg]_{\sqrt{2}/2}^{1} = \frac{-1}{2u^2}\Bigg]_{\sqrt{2}/2}^{1} =$$

$$= -\frac{1}{2}+1 = \frac{1}{2}$$

1059.- $$\int_1^4 \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx; \quad u = 1+\sqrt{x} \qquad x = 1 \Rightarrow u = 2$$

$; \qquad \Rightarrow$

$du = \dfrac{dx}{2\sqrt{x}} \qquad \text{x=4} \Rightarrow \text{u=3}$

$$\Rightarrow 2\int_2^3 \text{u}^{1/2}du = 2\frac{u^{3/2}}{3/2}\Bigg]_2^3 = \frac{4}{3}\sqrt{u^3}\Bigg]_2^3 =$$

$$= \frac{4}{3}(\sqrt{3^3}-\sqrt{2^3}) = \frac{4}{3}(3\sqrt{3}-2\sqrt{2}) = 4\sqrt{3}-\frac{8}{3}\sqrt{2}$$

1060.- $$\int_0^1 z\sqrt[3]{1+z}dz; \quad u = 1+z \qquad z = 0 \Rightarrow u = 1$$

$$du = dz \quad ; \quad z = 1 \Rightarrow u = 2 \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_1^2 u^{1/3}(u-1)du = \int_1^2 (u^{4/3} - u^{1/3})du = \left.\frac{u^{7/3}}{7/3} - \frac{u^{4/3}}{4/3}\right]_1^2 =$$

$$= \frac{3}{7}\sqrt[3]{u^7} - \frac{3}{4}\sqrt[3]{u^4} = \frac{3}{7}\sqrt[3]{2^7} - \frac{3}{4}\sqrt[3]{2^4} - \frac{3}{7} + \frac{3}{4} =$$

$$\frac{3}{7}.4\sqrt[3]{2} - \frac{3}{4}2\sqrt[3]{2} - \frac{3}{7} + \frac{3}{4} = \frac{12}{7}\sqrt[3]{2} - \frac{6}{4}\sqrt[3]{2} - \frac{12-21}{28} =$$

$$= \frac{6\sqrt[3]{2} - 9}{28}$$

1061.- $\int_0^1 \frac{x\ln(x^2+1)}{x^2+1}dx; \quad u = \ln(x^2+1) \quad x = 0 \Rightarrow u = 0$; $du = \frac{2xdx}{x^2+1} \quad x = 1 \Rightarrow u = \ln 2$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\int_0^{\ln 2} udu = \left.\frac{1}{2}\frac{u^2}{2}\right]_0^{\ln 2} = \left.\frac{u^2}{4}\right]_0^{\ln 2} = \frac{\ln^2 2}{4} - \frac{\ln^2 0}{4}$$

Como "ln 0" no está definida, aceptando que esta integral no admite solución.

1062.- $\int_1^e e^{\ln x}dx = \int_1^e xdx = \left.\frac{x^2}{2}\right]_1^e = \frac{e^2-1}{2}$

1063.- $\int_1^7 \frac{1+tg^2u}{\sec^2 u}du = \int_1^7 du = u]_1^7 = 7 - 1 = 6$

1064.- $\int_0^{\pi/2} \frac{sen\theta d\theta}{(3+\cos\theta)^2}; \quad u = 3 + \cos\theta \quad \theta{=}0 \Rightarrow u = 4$; $du = -sen\theta d\theta \quad \theta{=}\pi/2 \Rightarrow \text{u=3} \quad \Rightarrow$

$$-\int_4^3 \frac{\text{du}}{\text{u}^2} = -\int_4^3 u^{-2}du = \left.\frac{-u^{-1}}{-1}\right]_4^3 = \left.\frac{1}{u}\right]_4^3 = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} =$$

$$= \frac{4-3}{12} = \frac{1}{12}$$

1065.- $\int_{-1}^1 \exp(\ln x^2)dx = \int_{-1}^1 x^2dx = \left.\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} =$

$$= \frac{2}{3}$$

1066.- $\int_0^1 e^{-2x}dx;\quad \begin{matrix} u=-2x \\ du=-2dx \end{matrix};\quad \begin{matrix} x=0\Rightarrow u=0 \\ x=1\Rightarrow u=-2 \end{matrix} \Rightarrow$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}\int_0^{-2} e^u du = -\frac{1}{2}e^u\Big]_0^{-2} = -\frac{1}{2}e^{-2} + \frac{1}{2}e^0 =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{2e^2}$$

Sección XC.- Calcular el área de la región R:(A(R)), si R esta limitada por:

1067.- $y = \frac{x}{2} + 1,\ ejex,\ x = -4,\ x = 1$

1068.- $y^2 = x,\ y = x^2$

1069.- $xy = 1,\ y = 3x,\ y = \frac{x}{3}$

1070.- $y = 3 - \frac{x}{2},\ y = |x|$

1071- $x + y = 1,\ y = x,\ y = 2$

1072- $y = x^2,\ y = 3 - \frac{1}{2}x$

1073- $y = x^2 + 1,\ y = -2,\ x = -1,\ x = 2$

1074- $xy = 1,\ x = 1,\ x = 3$

1075- $Los\ lados\ del\ triángulo\ de\ vértices: (-1,2),(3,-4),(3,5)$

1076- $y = |x|,\ eje\ x,\ x = -2,\ x = 1$

1077- $y = |x|;\ y = 3$

1078- $y = e^x,\ x = -2,\ x = 3,\ ejex$

1079- $y = e^x,\ eje\ x,\ ej\ y,\ x = 1$

1080.- $eje\ x,\ eje\ y,\ x = -2,\ y = -5$

1081.- $y = |x - 3|,\ y = x,\ eje\ x$

1082.- $los\ lados\ del\ triángulo\ de\ vértices: (-3,-1),(0,5),(3,0)$

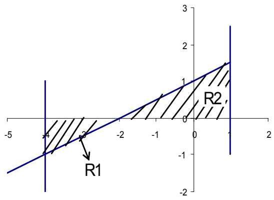
1083.- $los\ lados\ del\ triángulo\ de\ vértices: (-2,4),(2,0),(0,-3)$

1084.- $y=-x+2, y=\dfrac{x-2}{2}, y=x+2$

Soluciones:

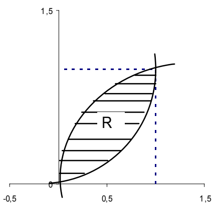
1067.-

$$A(R)=A(R_1)+A(R_2)$$
$$=\int_{-4}^{-2}-(\frac{x}{2}+1)dx+\int_{-2}^{1}(\frac{x}{2}+1)dx$$
$$=-\int_{-4}^{-2}(\frac{x}{2}+1)dx+\int_{-2}^{1}(\frac{x}{2})+1dx$$



$$=-(\frac{x^2}{4}+x)\Big]_{-4}^{-2}+(\frac{x^2}{4}+x)\Big]_{-2}^{1}$$
$$=[(1-2)-(4-4)]+(\frac{1}{4}+1)-(1-2)=3\frac{1}{4}$$

1068.-

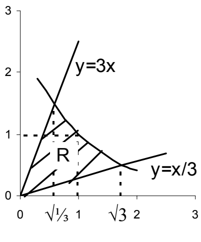


pto intersección

$$\left.\begin{array}{l} y=\sqrt{x} \\ y=x^2 \end{array}\right| \begin{array}{l} \Rightarrow x^2=\sqrt{x}\Rightarrow x^4=x\Rightarrow \\ \Rightarrow x^4-x=0\Rightarrow x(x^3-1)=0 \\ \Rightarrow x=0, x=1 \end{array}$$

$$A(R)=\int_0^1(\sqrt{x}-x^2)dx=\int_0^1(x^{1/2}-x^2)dx=$$
$$=(\frac{x^{3/2}}{3/2}-\frac{x^3}{3})\Big]_0^1$$
$$=\frac{2}{3}\sqrt{x^3}-\frac{x^3}{3}\Big]_0^1=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$$

1069.-



ptos interseccióness:

$$\left.\begin{array}{l} y=3x \\ xy=1 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=3x \\ y=\frac{1}{x} \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \Rightarrow 3x=\frac{1}{x}\Rightarrow x^2=\frac{1}{3} \\ \Rightarrow x=\sqrt{\frac{1}{3}} \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} y=\frac{x}{3} \\ xy=1 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=\frac{x}{3} \\ y=\frac{1}{x} \end{array}\right| \Rightarrow \begin{array}{l} \Rightarrow \frac{x}{3}=\frac{1}{x}\Rightarrow x^2=3 \\ \Rightarrow x=\sqrt{3} \end{array}$$

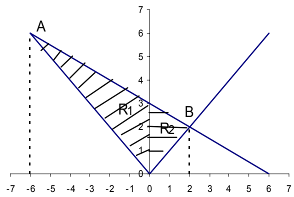
$$A(R)=\int_0^{\sqrt{\frac{1}{3}}}(3x-\frac{x}{3})dx+\int_{\sqrt{\frac{1}{3}}}^{\sqrt{3}}(\frac{1}{x}-\frac{x}{3})dx=(\frac{3x^2}{2}-\frac{x^2}{6})\Big]_0^{\sqrt{\frac{1}{3}}}+(\ln x-\frac{x^2}{6})\Big]_{\sqrt{\frac{1}{3}}}^{\sqrt{3}}$$

$$=\frac{9x^2-x^2}{6}\Big]_0^{\sqrt{\frac{1}{3}}}+(\ln x-\frac{x^2}{6})\Big]_{\sqrt{\frac{1}{3}}}^{\sqrt{3}}=\frac{8x^2}{6}\Big]+(\ln x-\frac{x^2}{6})\Big]_{\sqrt{\frac{1}{3}}}^{\sqrt{3}}$$

$$=\frac{8.\frac{1}{3}}{6}+(\ln\sqrt{3}-\frac{3}{6})-(\ln\sqrt{\frac{1}{3}}-\frac{1/3}{6})=$$

$$=\frac{4}{9}+\ln\sqrt{3}-\frac{1}{2}-\ln\sqrt{\frac{1}{3}}+\frac{1}{18}=\frac{8-9+1}{18}+\ln\frac{\sqrt{3}}{1/\sqrt{3}}=\ln 3$$

1070.-



ptos intersecciónes:

$$\left.\begin{array}{l} y=3-\frac{x}{2}\\ y=x \end{array}\right| \begin{array}{l} x=3-\frac{x}{2}\Rightarrow\\ \Rightarrow 2x=6-x\\ \Rightarrow 3x=6\\ \Rightarrow x=2; \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} y=3-\frac{x}{2}\\ y=-x \end{array}\right| \begin{array}{l} \Rightarrow\ \Rightarrow 3-\frac{x}{2}=-x\\ \Rightarrow 6-x=-2x \end{array}$$

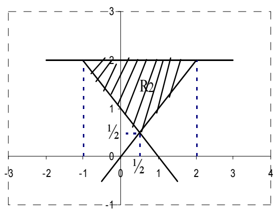
$$\Rightarrow x=-6;\ A(R)=A(R_1)+A(R_2)\Rightarrow$$

$$A(R)=\int_{-6}^{0}[(3-\frac{x}{2})dx]+\int_0^2(3-\frac{3}{2}x)dx=(3x+\frac{x^2}{4})\Big]_{-6}^{0}$$

$$+(3x-\frac{3}{4}x^2)\Big]_0^2$$

$$=-(-18+9)+(6-3)=9+3=12$$

1071.-



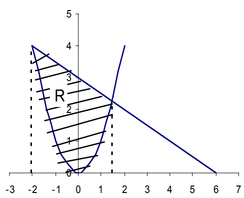
pto intersección:

$$\left.\begin{array}{l} y=x\\ y=1-x \end{array}\right| \begin{array}{l} \Rightarrow x=1-x\Rightarrow 2x=1\Rightarrow\\ \Rightarrow x=\frac{1}{2},\ y=\frac{1}{2} \end{array}$$

R_2 es el área de una superficie triangular de base 3 y altura $\frac{3}{2}$:

$$A(3)=\frac{3.3/2}{2}=\frac{9}{4}$$

1072.-



ptos intersección:

$$\left.\begin{array}{l} y=x^2\\ y=3-\frac{x}{2} \end{array}\right| \Rightarrow x^2=3-\frac{1}{2}x\Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2+\frac{1}{2}x-3=0\Rightarrow$$

$$x=\frac{-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+12}}{2}=\frac{-\frac{1}{2}\pm\frac{7}{2}}{2}\Rightarrow$$

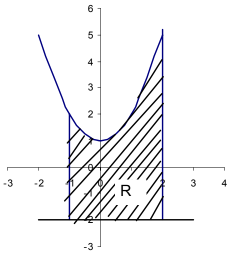
$$\Rightarrow x=\frac{3}{2},\ x=-2\ \therefore$$

$$A(R)=\int_{-2}^{3/2}[(3-\frac{1}{2}x)-x^2]dx=\int_{-2}^{3/2}(3-\frac{1}{2}x-x^2)dx=$$

$$=3x-\frac{1}{4}x^2-\frac{x^3}{3}\Big]_{-2}^{3/2}=3.\frac{3}{2}-\frac{1}{4}.\frac{9}{4}-\frac{81}{8.3}-(-6-\frac{1}{4}.4-\frac{8}{5})=$$

$$=\frac{9}{2}-\frac{9}{16}-\frac{27}{8}+6+1+\frac{8}{3}=\frac{2-9-54}{16}+7+2\frac{2}{3}=10\frac{11}{40}$$

1073.-

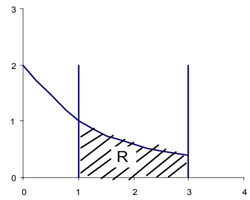


$$A(R)=\int_{-1}^{2}[(x^2+1)-(-2)]dx=\int_{-1}^{2}(x^2+3)dx=$$

$$=\frac{x^3}{3}+3x\Big]_{-1}^{2}=\frac{8}{3}+6-(-\frac{1}{3}-3)$$

$$=\frac{8}{3}+6+\frac{1}{3}+3=12$$

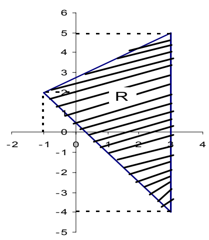
1074.-



$$A(R)=\int_{1}^{3}\left(\frac{1}{x}\right)dx=\ln|x|\Big]_{1}^{3}=$$

$$=\ln 3-\cancel{\ln 1}^{0}=\ln 3$$

1075.-



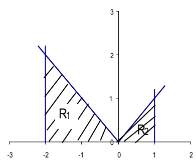
R es una superficie triangular de base 9 y altura 4

$$\therefore A(R)=\frac{9.4}{2}=18$$

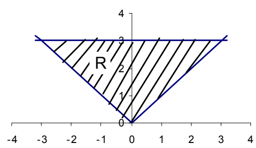
1076.-

$A(R)=A(R_1)+A(R_2)$, donde $R_1 y R_2$ son superficie triangular tal que:

$$A(R)=\frac{2.2}{2}+\frac{1.1}{2}=2+\frac{1}{2}=2\frac{1}{2}$$



1077.-

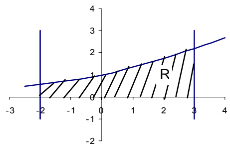


R es una superficie triangular de base 6 y altura 3

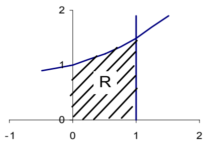
$$\therefore A(R)=\frac{6.3}{2}=9$$

1078.- $A(R)=\int e^{x}dx = e^{x}\Big]_{-2}^{3}$

$= e^{3}-e^{2} = \dfrac{e^{5}-1}{e^{2}}$

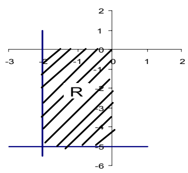


1079.-



$A(R)=\int_{0}^{1} e^{x}dx = e^{x}\Big]_{0}^{1} = e-1$

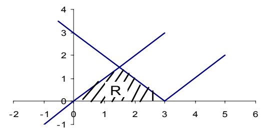
1080.-



R es una superficie rectangular de base 2 y altura 5

$A(R)=2.5=10$

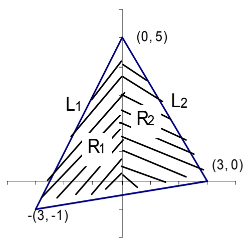
1081.- $\left.\begin{array}{l} y=(x-3) \\ y=x \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=-x+3 \\ y=x \end{array}\right| \Rightarrow$



$\Rightarrow$-x+3=x$\Rightarrow$2x=3$\Rightarrow$ $x=3/2$;y=3/2

p(3/2,3/2) Pto intersección. Dado que R es triangular: A(R)= $\dfrac{3.3/2}{2}=\dfrac{9}{4}$

1082.-



$L_1 = y-5=\dfrac{5+1}{0+3}x \Rightarrow y-5=2x \Rightarrow$

$\Rightarrow y=2x+5$

$L_2 = y-5=\dfrac{5.0}{0-3}x \Rightarrow y-5=-\dfrac{5}{3}x \Rightarrow$

$\Rightarrow y=-\dfrac{5}{3}x+5$

$L_3 = y+1=\dfrac{0+1}{3+3}(x+3) \Rightarrow y+1=\dfrac{1}{6}(x+3)$

$\Rightarrow y=\dfrac{x}{6}+\dfrac{3}{6}+1 \Rightarrow y=\dfrac{x}{6}+\dfrac{3}{2}$

$$A(R_1) = \int_{-3}^{0} [(2x+5) - (\frac{x}{6} + \frac{3}{2})]dx = \int_{-3}^{0} (2x+5-\frac{x}{6}-\frac{3}{2})dx$$

$$= \int_{-3}^{0} (\frac{11}{6}x + \frac{7}{2})dx = \frac{11}{6}.\frac{x^2}{2} + \frac{7}{2}x \Big]_{-3}^{0} = \frac{11}{12}x^2 + \frac{7}{2}x \Big]_{-3}^{0} =$$

$$= -(\frac{99}{12} - \frac{63}{2}) = 23\frac{1}{4}$$

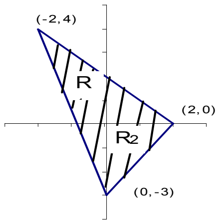
$$A(R_2) = \int_{0}^{3} [(-\frac{5}{3}x+5) - (\frac{x}{6} + \frac{3}{2})]dx = \int_{0}^{3} (-\frac{5}{3}x+5-\frac{x}{6}-\frac{3}{2})dx$$

$$= \int_{0}^{3} (-\frac{11}{6}x + \frac{7}{2})dx = -\frac{11}{6}.\frac{x^2}{2} + \frac{7}{2}x \Big]_{0}^{3} = -\frac{11}{12}x^2 + \frac{7}{2}x \Big]_{0}^{3}$$

$$= -\frac{99}{12} + \frac{21}{2} = \frac{9}{4}$$

$$A(R) = A(R_1) + A(R_2) = 23\frac{1}{4} + 2\frac{1}{4} = 25\frac{1}{2}$$

1083.-



$$L_1 = y+3 = \frac{4+3}{-2+0}x \Rightarrow y+3 = -\frac{7}{2}x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = -\frac{7}{2}x - 3$$

$$L_2 = y+3 = \frac{0+3}{2-0}x \Rightarrow y+3 = \frac{3}{2}x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{3}{2}x - 3$$

$$L_3 = y = \frac{4-0}{-2-2}(x-2) \Rightarrow y = -(x-2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = -x+2$$

$$A(R_1) = \int_{-2}^{0} [(-x+2) - (-\frac{7}{2}x-3)]dx = \int_{-2}^{0} (-x+2+\frac{7}{2}x+3)dx$$

$$= \int_{-2}^{0} (\frac{5}{2}x+5)dx = \frac{5}{6}.\frac{x^2}{2} + 5x \Big]_{-2}^{0} = \frac{5}{4}x^2 + 5x \Big]_{-2}^{0} =$$

$$= -(5-10) = 5$$

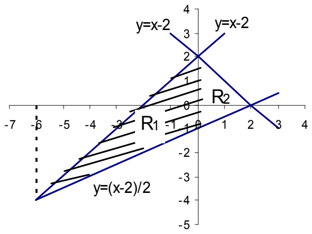
$$A(R_2) = \int_{0}^{2} [(-x+2) - (\frac{3}{2}x-3)]dx = \int_{0}^{2} (-x+2-\frac{3}{2}x+3)dx =$$

$$= \int_{0}^{2} (-\frac{5}{2}x+5)dx = (-\frac{5}{2}.\frac{x^2}{2} + 5x)\Big]_{0}^{2} = (-\frac{5}{4}x^2 + 5x\Big]_{0}^{2} =$$

$$= -(5+10) = 5$$

$$A(R) = A(R_1) + A(R_2) = 5+5 = 10$$

1084.-



$$A(R_1)=\int_{-6}^{0}[(x+2)-(\frac{x-2}{2})]dx$$
$$=\int_{-6}^{0}(x+2-\frac{x}{2}+1)dx=$$
$$=\int_{-6}^{0}(\frac{x}{2}+3)dx=$$
$$=\frac{x^2}{4}+3x\Big]_{-6}^{0}=-(9-18)=0$$

$$A(R_2)=\int_{0}^{2}[(-x+2)-(\frac{x-2}{2})]dx=\int_{0}^{2}(-x+2-\frac{x}{2}+1)dx=$$
$$=\int_{0}^{2}(-\frac{3}{2}x+3)dx=(-\frac{3}{4}x^2+3x)\Big]_{0}^{2}=(-\frac{3}{4}.4+6)=3$$
$$A(R)=A(R_1)+A(R_2)=9+3=12$$

Sección XCI.- calcular las siguientes integrales indefinidas:

1085.- $\int(x^3-2\sqrt{x}+\frac{1}{x^2}-\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}})du$

1086.- $\int(x+\frac{1}{\sqrt{x}})dx$

1087.- $\int(u-2u^{-1/3}+u^{1/4})du$

1088.- $\int(w+\frac{1}{w^2})dw$

1089.- $\int(sen^2\theta+\cos^2\theta)d\theta$

1090.- $\int(e^{\phi}+1)d\phi$

1091.- $\int\frac{1+tg^2 3w}{\sec^2 3w}dw$

1092.- $\int(\sec^2\phi-\cos^2\phi)^0 d\varphi$

1093.- $\int d\theta$

1094.- $\int\frac{5d\theta}{1+\phi^2}$

1095.- $\int\frac{5dt}{t}$

1096.- $\int tg\lambda d\lambda$

1097.- $\int\sqrt[3]{(mt+n)^5}dt$

1098.- $\int\frac{2\ln|x|}{3x}dx$

1099.- $\int\frac{sen\varphi}{\cos^n\varphi}d\varphi$

1100.- $\int\frac{dt}{\cos^2(2t-\frac{\pi}{2})}$

1101.- $\int\frac{du}{1+(3u+1)^2}$

1102.- $\int(1+ax)^5dx$

1103.- $\int \frac{udu}{(1+2u^2)^3}$

1104.- $\int e^{sen\phi}\cos\phi d\phi$

1105.- $\int \frac{tdt}{\sqrt{1+3t^2}}$

1106.- $\int \sqrt{1+5t^2}dt$

1107.- $\int \frac{e^{n\theta}d\theta}{(1+e^{n\theta})^2}$

1108.- $\int te^{t^2}dt$

1109.- $\int \frac{\ln|y|}{y^2}dx$

1110.- $\int \cot gn\theta d\theta$

1111.- $\int \exp(\ln\frac{x}{y})dx$

1112.- $\int \ln e^{2x^2y}dy$

Soluciones:

1085.- $\int (x^3-2x^{1/2}+x^{-2}-2x^{-2/3})dx=\frac{x^4}{4}-2\frac{x^{3/2}}{3/2}+\frac{x^{-1}}{-1}-\frac{2x^{1/3}}{1/3}+c$
$=\frac{1}{4}x^4-\frac{4}{3}x^{3/2}-\frac{1}{x}-6x^{1/3}+c$

1086.- $\int (x+x^{-1/2})dx=\frac{x^2}{2}+\frac{x^{1/2}}{1/2}+c=\frac{1}{2}x^2+2x^{1/2}+c$

1087.- $\int (u-2u^{-1/3}+u^{1/4})du=\frac{u^2}{2}-2\frac{u^{2/3}}{2/3}+\frac{u^{5/4}}{5/4}+c$
$=\frac{u^2}{2}-3u^{3/2}+\frac{4}{5}u^{5/4}+c$

1088.- $\int (w+w^{-2})dw=\frac{w^2}{2}+\frac{w^{-1}}{-1}+c=\frac{w^2}{2}-\frac{1}{w}+c$

1089.- $\int d\theta=\theta+c$

1090.- $\int e^{\phi}d\phi+\int d\phi=e^{\phi}+\phi+c$

1091.- $\int dw=w+c$

1092.- $\int d\phi=\phi+c$

1093.- $\int d\theta=\theta+c$

1094.- $5\int\frac{d\theta}{1+\theta^2}=5arctg\theta+c$

1095.- $5\int \frac{dt}{t} = 5\ln|t| + c$

1096.- $\int \frac{sen\lambda}{\cos\lambda} d\lambda; u = \cos\lambda \Rightarrow -\int \frac{u}{u} = -\ln|u| + c \Rightarrow$

$du = \text{-}sen\lambda d\lambda$

$= \ln|\cos\lambda| + c = \ln|\cos\lambda|^{-1} + c = \ln|\sec\lambda| + c$

1097.- $\int (mt+n)^{5/3} dt; u = mt + n \Rightarrow \frac{1}{m}\int u^{5/2} du =$

$du = mdt$

$= \frac{1}{m}.\frac{u^{8/3}}{8/3} + c = \frac{3u^{8/3}}{8m} + c = \frac{3}{8m}\sqrt[3]{u^8} + c =$

$= \frac{3}{8m}\sqrt[3]{(mt+n)^8} + c$

1098.- $\frac{2}{3}\int \frac{\ln|\alpha|}{\alpha} d\alpha; u = \ln|\alpha| \Rightarrow \frac{2}{3}\int u du = \frac{2}{3}.\frac{u^2}{2} + c$

$du = \frac{d\alpha}{\alpha}$

$= \frac{1}{3}\ln^2|\alpha| + c$

1099.- $\frac{2}{3}\int \frac{sen\varphi}{\cos^n\varphi} d\varphi; u = \cos\varphi \Rightarrow -\int \frac{du}{u^n} = -\int u^{-n} du$

$du = -sen\varphi d\varphi$

$= -\frac{u^{-n+1}}{-n+1} + c = -\frac{u^{1-n}}{1-n} + c = -\frac{\cos^{1-n}\varphi}{1-n} + c = \frac{\cos^{1-n}\varphi}{n-1}$

1100.- $\int \sec^2(2t - \frac{\pi}{2}) dt; u = 2t - \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}\int \sec^2 u du =$

$du = 2dt$

$= \frac{1}{2} tgu + c = \frac{1}{2} tg(2t - \frac{\pi}{2}) + c$

1101.- $\int \frac{du}{1+(3u+1)^2}; t = 3u + 1 \Rightarrow \frac{1}{3}\int \frac{dt}{1+t^2} = \frac{1}{3} arctgt$

$dt = 3du$

$= \frac{1}{3} arctg(3u+1) + c$

1102.- $\int (1+ax)^5 dx; u = 1 + ax \Rightarrow \frac{1}{a}\int u^5 du = \frac{1}{a}.\frac{u^6}{6}$

$du = adx$

$$= \frac{u^6}{6a} + c = \frac{(1+ax)^6}{6a} + c$$

1103.- $\int \frac{udu}{(1+2u^2)^3}; t = 1+2u^2 \Rightarrow \frac{1}{4}\int \frac{dt}{t^3} = \frac{1}{4}\int t^{-3} dt$

$dt = 4udu$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{t^{-2}}{-2} + c = -\frac{1}{8t^2} + c = -\frac{1}{8(1+2u^2)^2} + c$$

1104.- $\int e^{sen\phi} \cos\phi d\phi; u = sen\phi \Rightarrow \int e^u du =$

$du = \cos\phi d\phi$

$$= e^u + c = e^{sen\phi} + c$$

1105.- $\int \frac{tdt}{\sqrt{1+3t^2}}; u = 1+3t \Rightarrow \frac{1}{6}\int \frac{du}{u^{1/2}} = \frac{1}{2}\int u^{-1/2} du =$

$du = 6tdt$

$$= \frac{1}{2}\frac{u^{1/2}}{1/2} + c = \sqrt{u} + c = \sqrt{1+3t^2} + c$$

1106.- $\int \sqrt{1+5t^2}\, tdt; u = 1+5t^2 \Rightarrow \frac{1}{10}\int u^{1/2} du =$

$du = 10tdt$

$$= \frac{1}{10}\frac{u^{3/2}}{3/2} + c = \frac{1}{15}\sqrt{(1+5t^2)^3} + c$$

1107.- $\frac{2}{3}\int \frac{sen\varphi}{\cos^n \varphi} d\varphi; u = \cos\varphi \Rightarrow -\int \frac{du}{u^n} = -\int u^{-n} du$

$du = -sen\varphi d\varphi$

$$= -\frac{u^{-n+1}}{-n+1} + c = -\frac{u^{1-n}}{1-n} + c = -\frac{\cos^{1-n}\varphi}{1-n} + c = \frac{\cos^{1-n}\varphi}{n-1}$$

1108.- $\frac{2}{3}\int \frac{sen\varphi}{\cos^n \varphi} d\varphi; u = \cos\varphi \Rightarrow -\int \frac{du}{u^n} = -\int u^{-n} du$

$du = -sen\varphi d\varphi$

$$= -\frac{u^{-n+1}}{-n+1} + c = -\frac{u^{1-n}}{1-n} + c = -\frac{\cos^{1-n}\varphi}{1-n} + c = \frac{\cos^{1-n}\varphi}{n-1}$$

1109.- $\frac{\ln|y|}{y^2}\int dx = \frac{\ln|y|}{y^2} x + c$

$du = -sen\varphi d\varphi$

1110.- $\int \frac{\cos(n\theta)d\theta}{sen(n\theta)}; u = sen(n\theta) \quad du = \cos(n\theta)nd\theta \quad \Rightarrow \frac{1}{n}\int \frac{du}{u} =$

$= \frac{1}{n}\ln|u| + c = \frac{1}{n}\ln|sen(n\theta)| + c$

1111.- $\int \frac{x}{y}dx = \frac{1}{y}\int xdx = \frac{1}{y}.\frac{x^2}{2} + c = \frac{x^2}{2y} + c$

1112.- $\int 2x^2ydy = 2x^2\int ydy = \cancel{2}x^2.\frac{y^2}{\cancel{2}} + c =$

$= x^2y^2 + c$

Sección XCII.- Calcular las siguientes integrales definidas:

1113.- $\int_0^1 (t - t^2)dt$

1114.- $\int_{-1}^1 (z^4 - z^2)dz$

1115.- $\int_0^a (ax - x^2)dx$

1116.- $\int_x^y 5t^3dt$

1117.- $\int_x^y \frac{\ln|t|}{t}dt$

1118.- $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot g\phi d\phi$

1119.- $\int_0^{\pi} \frac{sen\theta}{\cos^5\theta}d\theta$

1120.- $\int_0^{1/3} \frac{dt}{1 + (3t-1)^2}$

1121.- $\int_0^{\pi} \cos^2 tdt$

1122.- $\int_0^{\pi} sen^2\phi d\phi$

1123.- $\frac{1}{b-a}\int_a^b xdx$

1124.- $\int_0^{\pi/4} \sec^2 wdw$

1125.- $\int_0^{\pi/3} sen3\lambda d\lambda$

1126.- $\int_0^z a^{2z}dz$

1127.- $\int_0^3 \sqrt{1+\phi}d\phi$

1128.- $\int_4^{25} \frac{dx}{\sqrt{x}}$

1129.- $\int_0^x a^xdx$

1130.- $\int_1^5 (2 + \frac{3}{2}y)dy$

1131.- $\int_2^4 \frac{5dx}{3+x}$

1132.- $\int_{y_1}^{y_2} pdv$

1133.- $\int_0^6 \sqrt{x}(6-x)xdx$

1134.- $\int_0^r (r^2-x^2)dx$

1135.- $\int_0^a \frac{2\pi b^2}{a^2}(a^2-x^2)dx$

1136.- $\int_0^\pi sen^2 xdx$

Soluciones:

1113.- $\int_0^1 (t-t^2)dt = \frac{t^2}{2}-\frac{t^3}{3}\Big]_0^1 = \frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

1114.- $\int_{-1}^1 (z^4-z^2)dz = \frac{z^5}{5}-\frac{z^3}{3}\Big]_{-1}^1 = (\frac{1}{5}-\frac{1}{3})-(-\frac{1}{5}+\frac{1}{3})=$

$=\frac{2}{5}-\frac{2}{3}=\frac{6-10}{15}=-\frac{4}{15}$

1115.- $\int_0^a (ax-x^2)dx = (\frac{ax^2}{2}-\frac{x^3}{3})\Big]_0^a = \frac{a^3}{2}-\frac{a^3}{3}=\frac{a^3}{6}$

1116.- $\int_x^y 5t^3dt = \frac{5t^4}{4}\Big]_x^y = \frac{5y^4}{4}-\frac{5}{4}x^4 = \frac{5}{4}(y^4-x^4)$

1117.- $\int_x^y \frac{\ln|t|}{2t}dt = \frac{1}{2}\int_x^y \frac{\ln|t|}{t}dt;$

$$\begin{matrix} t=x \Rightarrow u=\ln|x| \\ t=y \Rightarrow u=\ln|y| \end{matrix} \Rightarrow \int_{\ln x}^{\ln y} udu = \frac{u^2}{2}\Big]_{\ln x}^{\ln y} = \frac{1}{2}(\ln^2 y - \ln^2 x)$$

1118.- $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot g\phi d\phi = \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\cos\phi d\phi}{sen\phi}; \Rightarrow \begin{matrix} u = sen\phi d\phi \\ du = \cos\phi d\phi; \end{matrix}$

$$\begin{matrix} \phi=\frac{\pi}{4} \Rightarrow u=\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \phi=\frac{\pi}{2} \Rightarrow u=1 \end{matrix} \Rightarrow \int_{\sqrt{2}/2}^{1} \frac{du}{u} = \ln|u|\Big]_{\sqrt{2}/2}^{1} = \cancel{\ln 1}^0 - \ln\frac{\sqrt{2}}{2} = -\ln\frac{1}{\sqrt{2}} = -\cancel{\ln 1}^0 + \ln\sqrt{2} = \ln\sqrt{2}$$

1119.- $\int_0^\pi \frac{sen\theta d\theta}{\cos^5\theta}; \begin{matrix} u=\cos\theta \\ du=-sen\theta d\theta \end{matrix}; \begin{matrix} \theta=0 \Rightarrow u=1 \\ \theta=\pi \Rightarrow u=-1 \end{matrix} \Rightarrow$

$$-\int_{1}^{-1}\frac{du}{u^5}=-\int_{1}^{-1}u^{-5}du=\frac{u^{-4}}{-4}\Bigg]_1^{-1}=\frac{1}{4u^4}\Bigg]_1^{-1}=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=0$$

1120.- $$\int_0^{1/3}\frac{dt}{1+(3t-1)^2};\ \begin{matrix}u=3t-1\\ du=3dt\end{matrix};\ \begin{matrix}t=0\Rightarrow u=-1\\ t=\dfrac{1}{3}\Rightarrow u=0\end{matrix}\ \Rightarrow$$

$$\frac{1}{3}\int_0^{1/3}\frac{du}{1+u^2}=\frac{1}{3}arctgu\Bigg]_{-1}^{0}=\frac{1}{3}(arctg0-arctg(-1))$$

$$=\frac{1}{3}(0-\frac{3\pi}{4})=-\frac{\pi}{4}$$

$$\int_0^{\pi}\cos^2 tdt=\int_0^{\pi}\frac{1+\cos 2t}{2}dt=\frac{1}{2}\int_0^{\pi}(1+\cos 2t)dt=$$

1121.- $$=\frac{1}{2}\int_0^{\pi}dt+\frac{1}{2}\int_0^{\pi}\cos 2tdt=\frac{1}{2}t\Bigg]_0^{\pi}+\frac{1}{2}\int_0^{\pi}\cos 2tdt=$$

$$=\frac{1}{2}\pi-\frac{1}{2}\int_0^{\pi}\cos 2tdt;u=2t;t=0\Rightarrow u=0$$

$$du=2dt;t=\pi\Rightarrow u=2\pi$$

$$=\frac{1}{2}\pi-\frac{1}{4}\int_0^{2\pi}\cos udu=\frac{1}{2}\pi-\frac{1}{4}(-senu)\Bigg]_0^{2\pi}=$$

$$=\frac{1}{2}\pi+\frac{1}{4}senu\Bigg]_0^{2\pi}=\frac{1}{2}\pi$$

$$\int_0^{\pi}sen^2\phi d\phi=\int_0^{\pi}\frac{1-\cos 2\phi}{2}d\phi=\frac{1}{2}\int_0^{\pi}(1-\cos 2\phi)d\phi=$$

1122.- $$=\frac{1}{2}\int_0^{\pi}d\phi-\frac{1}{2}\int_0^{\pi}\cos 2\phi d\phi=\frac{1}{2}\phi\Bigg]_0^{\pi}-\frac{1}{2}\int_0^{\pi}\cos 2\phi d\phi$$

$$;u=2\phi;\qquad \phi=0\Rightarrow u=0$$

$$du=2d\phi;\quad \phi=\pi\Rightarrow u=2\pi$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\phi\Bigg]_0^{\pi}-\frac{1}{4}\int_0^{2\pi}\cos udu=$$

$$=\frac{1}{2}\phi\Bigg]_0^{\pi}-\frac{1}{4}senu\Bigg]_0^{2\pi}=\frac{1}{2}\pi$$

1123.- $$\frac{1}{b-a}\int_a^b x\,dx = \frac{1}{b-a}.\frac{x^2}{2}\Bigg]_a^b = \frac{1}{b-a}\left(\frac{b^2-a^2}{2}\right) =$$

1124.- $$\int_0^{\pi/4} \sec^2 w\,dw = tgw\Big]_0^{\pi/4} = tg\frac{\pi}{4} - tg0 = 1-0 = 1$$

1125.- $$\int_0^{\pi/3} sen3\lambda\,d\lambda = -\frac{1}{3}\cos 3\lambda\Bigg]_0^{\pi/3} = -\frac{1}{3}(\cos\pi - \cos 0)$$

1126.- $$\int_0^z a^{2z}dz = \frac{a^{2z}}{2\ln|a|}\Bigg]_0^z = \frac{a^{2z}-1}{2\ln a}$$

1127.- $$\int_0^3 \sqrt{1+\phi}\,d\phi = \frac{2}{3}\sqrt{(1+\phi)^3}\Bigg]_0^3 = \frac{2}{3}(\sqrt{4}-1) = \frac{14}{3}$$

1128.- $$\int_4^{25} \frac{dx}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x}\Bigg]_4^{25} = (10-4) = 6$$

1129.- $$\int_0^x a^x dx = \frac{a^x}{\ln|a|}\Bigg]_0^x = \frac{a^x-1}{\ln|a|}$$

1130.- $$\int_1^5 2dy + \frac{3}{2}\int_1^5 ydy = 2y + \frac{3}{4}y^2\Bigg]_1^5 = (10+18\frac{3}{4})$$
$$-(2+\frac{3}{4}) = 25$$

1131.- $$5\int_2^4 \frac{dx}{3+x} = 5\ln|3+x|\Big]_2^4 = 5(\ln 7 - \ln 5) =$$
$$= 5\ln\frac{7}{5}$$

1132.- $$\int_{v_1}^{v_2} pdv = pv\Big]_{v_1}^{v_2} = pv_2 - pv_1 = p(v_2 - v_1)$$

1133.- $$\int_0^6 \sqrt{x}(6-x)xdx = 6\int_0^6 x\sqrt{x}dx - \int_0^6 x^2\sqrt{x}dx =$$
$$= 6.\frac{x^{5/2}}{5/2}\Bigg]_0^6 - \frac{x^{7/2}}{7/2}\Bigg]_0^6 = \frac{12}{5}\sqrt{6^5} - \frac{2}{7}\sqrt{6^7}$$

1134.- $\pi\int_0^r (r^2-x^2)dx = \pi(r^2 x - \frac{x^3}{3})\Big]_0^r = \pi(r^3 - \frac{r^3}{3}) =$

$= \frac{2}{3}\pi r^3$

1135.- $\frac{2\pi b}{a^2}\int_0^a (a^2-x^2)dx = \frac{2\pi b}{a^2}(a^2 x - \frac{x^3}{3})\Big]_0^a = \frac{4}{3}\pi ab^2$

1136.- $\pi\int_0^\pi sen^2 x dx = \frac{1}{2}\pi(\pi - senx\cos x)\Big]_0^\pi = \frac{1}{2}\pi^2$

Sección XCIII.- Calcular las áreas correspondientes a las superficies l, acotadas por:

1137.- $y = x^3,\ x = -1,\ x = 2 y\ eje\ x$

1138.- $y = x^2 - x + 2, eje\ x\ con\ x = 1, x = 3$

1139.- $y = x^2, y = x^3, eje\ x\ con\ x = 1, x = 3$

1140.- $y = x^2, x + y = 2$

1141.- $y = sen\ x\ en\ [0, 2\pi], eje\ x$

1142.- $y = \cos x\ en[0, 2\pi], eje\quad x$

1143.- $y = sen\ x\ en[0, \pi/2], eje\ y, y = 1$

1144.- $y^2 + 4x = 0, x = -1, x = 0$

1145.- $y = 2x, y = x^3$

1146.- $y = \sqrt{x}, eje\ x, x = 4$

1147.- $y = \sqrt{x}, eje\ y, y = 2$

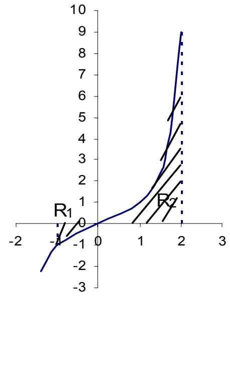
1148.- $y = x^2, y = -x^2, x = -1, x = 1$

1149.- $y = x^2, y = 3$

1150.- $y = x^2, y = 1, y = 3$

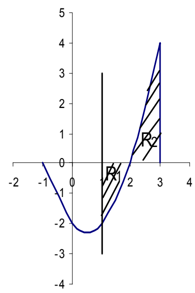
1151.- $y = x^2, y = -|x|, x = -1, x = 1$

Soluciones:



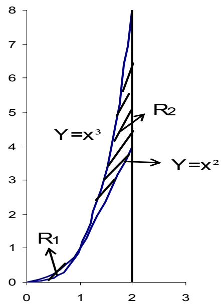
1137.- $$A(R)=A(R_1)+A(R_2)=$$
$$=\int_{-1}^{0}(-x^3)dx+\int_{0}^{2}x^3dx=-\int_{-1}^{0}x^3dx+\int_{0}^{2}x^3dx$$
$$=-\frac{x^4}{4}\Bigg]_{-1}^{0}+\frac{x^4}{4}\Bigg]_{0}^{2}=-(-\frac{1}{4})+\frac{16}{4}=4\frac{1}{4}$$

1138.-

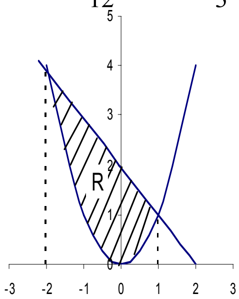


$$A(R)=A(R_1)+A(R_2)$$
$$=-\int_{1}^{2}(x^2-x-2)dx+\int_{2}^{3}(x^2-x-2)dx$$
$$=-(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-2x)\Bigg]_{1}^{2}+(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-2x)\Bigg]_{2}^{3}$$
$$=-(\frac{8}{3}-2-4)+(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}-2)+(9-\frac{9}{2}-6)$$
$$-(\frac{8}{3}-2-4)=$$
$$=-\frac{8}{3}+6+\frac{1}{3}-2\frac{1}{2}+3-4\frac{1}{2}-\frac{8}{3}+6$$
$$=3$$

1139.- $$A(R)=A(R_1)+A(R_2)$$
$$=\int_{0}^{1}(x^2-x^3)dx+\int_{1}^{2}(x^3-x^2)dx$$
$$=(\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4})\Bigg]_{1}^{0}+(\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3})\Bigg]_{1}^{2}$$
$$=(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})+(4-\frac{8}{3})-(\frac{1}{4}-\frac{1}{3})$$
$$=\frac{4-3}{12}+(4-2\frac{2}{3})+\frac{1}{12}=1\frac{1}{2}$$



1140.-



Pto intersección:

$$\left.\begin{array}{l} y=x^2 \\ y=-x+2 \end{array}\right| \Rightarrow x^2=-x+2$$

$$\Rightarrow x^2+x-2=0\Rightarrow(x+2)(x-1)=0\Rightarrow$$
$$\Rightarrow x=-2, x=1$$

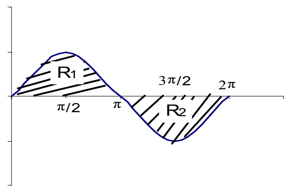
$$\int_{-2}^{1}[(-x+2)-x^2]dx=\int_{-2}^{1}(-x+2-x^2)dx=$$

$$=-\frac{x^2}{2}+2x-\frac{x^3}{3}\Big]_{-2}^{1}=$$

$$=(-\frac{1}{2}+2-\frac{1}{3})-(-2-4+\frac{8}{3})=$$

$$=-\frac{1}{2}+2-\frac{1}{3}+6-\frac{8}{3}=4\frac{1}{2}$$

1141.-

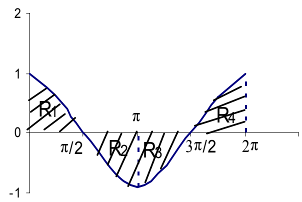


$$A(R)=A(R_1)+A(R_2)$$
$$como: A(R_1)=A(R_2)\therefore$$
$$A(R)=2A(R_1)$$

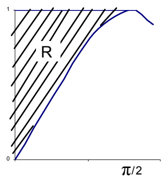
$$=2\int_0^{\pi} senxdx=2(-\cos x)\Big]_0^{\pi}=-2\cos x\Big]_0^{\pi}=-2(-1-1)=4$$

1142.-

$$A(R)=A(R_1)+A(R_2)+A(R_3)+A(R_4):$$
$$A(R_1)=A(R_2)=A(R_3)=A(R_4)\therefore$$
$$A(R)=4A(R_1)=4\int_0^{\pi/2}\cos xdx=$$
$$=4senx\Big]_0^{\pi/2}=4.1=4$$



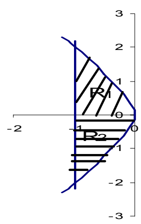
1143.-

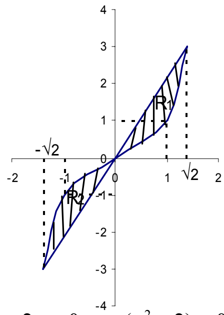


$$A(R)=\int_0^{\pi/2}(1-senx)dx=$$
$$=\int_0^{\pi/2}dx-\int_0^{\pi/2}senxdx=$$
$$=x\Big]_0^{\pi/2}+\cos x\Big]_0^{\pi/2}=$$
$$=\frac{\pi}{2}+(0+1)=1+\frac{\pi}{2}$$

1144.-

$$A(R)=A(R_1)+A(R_2); A(R_1)=A(R_2)\therefore$$
$$A(R)=2A(R_1)=2\int_{-1}^{0}\sqrt{-4x}dx$$
$$=2\int_{-1}^{0}2\sqrt{-x}dx=4\int_{-1}^{0}(-x)^{1/2}dx$$
$$u=-x \qquad x=-1\Rightarrow u=1$$
$$du=-dx \qquad x=0\Rightarrow u=0$$
$$-4\int u^{1/2}du=-4\frac{u^{3/2}}{3/2}\Big]_1^0=-(-4.\frac{2}{3})=\frac{8}{3}$$



1145.- 

pto intersección: $\left.\begin{array}{l} y = 2x \\ y = x^3 \end{array}\right| \Rightarrow x^3 = 2x \Rightarrow$

$\Rightarrow x^3 - 2x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 2) = 0 \Rightarrow$

$x = 0, x = \pm\sqrt{2}$

$A(R) = A(R_1) + A(R_2); A(R_1) = A(R_2) \therefore$

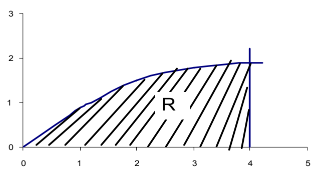
$A(R) = 2A(R_2) = 2\int_0^{\sqrt{2}} (2x - x^3)dx =$

$= 2(\frac{2x^2}{2} - \frac{x^4}{4})\Big]_0^{\sqrt{2}} = (2x^2 - \frac{x^4}{4})\Big]_0^{\sqrt{2}} =$

$= 2.2 - \frac{2^2}{4} = 4 - 1 = 3$

$A(R) = 3$

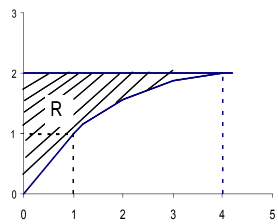
1146.-



$A(R) = \int_0^4 \sqrt{x}dx = \int_0^4 x^{1/2}dx$

$= \frac{x^{3/2}}{3/2}\Big]_0^4 = \frac{2}{3}x^{3/2}\Big]_0^4 =$

$= \frac{2}{3}\sqrt{x^3}\Big]_0^4 = \frac{2}{3}.2^3 = \frac{16}{3}$

1147.- 

pto intersección:

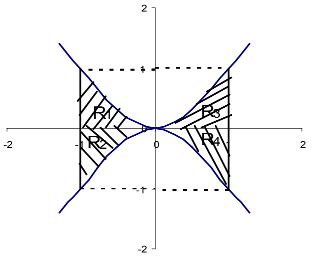
$\left.\begin{array}{l} y = \sqrt{x} \\ y = 2 \end{array}\right| \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$

$A(R) = \int_0^4 (2 - \sqrt{x})dx = \int_0^4 (2 - x^{1/2})$

$= 2x - \frac{x^{3/2}}{3/2}\Big]_0^4 = 2x - \frac{2}{3}\sqrt{x^2}\Big]_0^4 = 8 - \frac{2}{3}.2^3 = 8 - \frac{16}{3} = \frac{24-16}{3}$

$= \frac{8}{3}$

1148.-



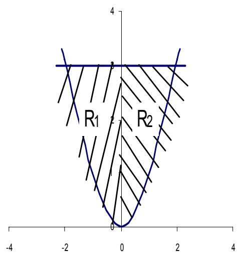
$$A(R) = A(R_1) + A(R_2) + A(R_3) + A(R_4)$$

$$con: A(R_1) = A(R_2) = A(R_3) = A(R_4)$$

$$\therefore A(R) = 4A(R_3) = 4\int_0^1 x^2 dx =$$

$$= 4\left.\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = 4.\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

1149.-



pto intersección: $\left.\begin{array}{l} y = x^2 \\ y = 3 \end{array}\right| \Rightarrow$

$$x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

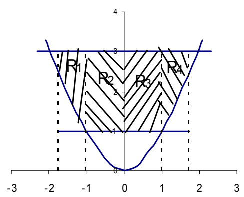
$$A(R) = A(R_1) + A(R_2)\ con\ A(R_1)$$

$$A(R) = 2A(R_2) = 2\int_0^{\sqrt{3}} (3 - x^2)dx =$$

$$= 2(3 - \frac{x^3}{3})\Big]_0^{\sqrt{3}} = 2(3\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3^2}}{3}) =$$

$$= 2(3\sqrt{3} - \sqrt{3}) = 4\sqrt{3}$$

1150.-



$A(R) = A(R_1) + A(R_2) + A(R_3) + A(R_4):$
$A(R_1) = A(R_4), A(R_2) = A(R_3)\ \therefore$
$A(R) = 2A(R_3) = 2A(R_4)$
$A(R_3)$es el área de una
superficie rectangular:

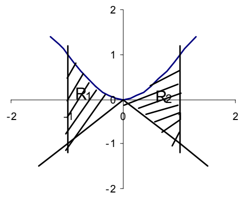
$$A(R_3) = 2.1 = 2; A(R) = 4 + 2A(R_4)$$

$$A(R) = 4 + 2\int_1^{\sqrt{3}} (3 - x^2)dx = 4 + 2(3x - \frac{x^3}{3})\Big]_1^{\sqrt{3}} =$$

$$= 4 + 2[(3\sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{3}) - (3 - \frac{1}{3})] =$$

$$= 4 + 2(2\sqrt{3} - 2\frac{2}{3}) = 4\sqrt{3} - 1\frac{1}{3}$$

1151.-



$$A(R) = A(R_1) + A(R_2) con A(R_1) = A(R_2)$$
$$\therefore A(R) = 2A(R_2) = 2\int_0^1 (x^2 + x)dx$$
$$= 2(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2})\Big]_0^1 = 2(\frac{1}{3} - \frac{1}{2})$$
$$= 2\frac{5}{6} = \frac{5}{3}$$

AUTOEVALUACION # 6 INTEGRALES:

1152.- $si: \int f(x)dx = F(x) + c, entonces F'(x) es igual a:$

$a) c$ $\qquad$ $b) 0$

$c) \int f(x)dx$ $\qquad$ $d) f(x)$

e)ninguna de las anteriores

1153.- la integral: $\int e^{ax+b}dx$, tiene como solución:

$a) ae^{ax+b} + c$ $\qquad$ $b) \frac{1}{a}e^{ax+b} + c$

$c) e^{ax+b} + c$ $\qquad$ $d) \frac{e^{x+b}}{ax+b} + c$

e)ninguna de las anteriores

1154.- la integral: $\int \frac{e^{2\sqrt{x}}dx}{\sqrt{x}}$, tiene como solución:

$a) e^{\sqrt{2x}} + c$ $\qquad$ $b) - e^{\sqrt{2x}} + c$

$c) e^{2x^{1/2}} + c$ $\qquad$ $d) e^{(2x)^{-1/2}} + c$

e)ninguna de las anteriores

1155.- la integral: $\int e^{\ln|x|}dx$, tiene como solución:

$a) \frac{1}{x}e^{\ln|x|} + c$ $\qquad$ $b) xe^{\ln|x|} + c$

$c) e^{\ln|x|} + c$ $\qquad$ $d) e^{\ln\frac{|x|}{2}} + c$

e)ninguna de las anteriores

1156.- Dada las proposiciones siguientes:

$I) \int (f(x)+g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

$II) \int (f(x).g(x))dx = \int f(x).dx . \int g(x)dx$

$III) \int cf(x)dx = c\int f(x)dx$

se admiten como verdaderas:

a)sólo I y II b) sólo I y III

c)sólo III d) I, II y III

e)Ninguna de las anteriores

1157.- senx+c (c es constante) es la antiderivada o primitiva de:

$a) senx$ $b) -\cos x$

$c) \cos x$ $d) -senx$

e)Ninguna de las anteriores

1158.- $\frac{d}{dx}(\int f(x)dx)$ es igual a:

$a)$c es constante $b) f'(x)$

$c)0$ $d) f(x)+c$

e)Ninguna de las anteriores

1159.- la integral:$\int \frac{dt}{1+2t^2}$, tiene como solución:

$a) \ln\left|1+2t^2\right|+c$ $b) \frac{\sqrt{2}}{2} arctg 2t^2 + c$

$c) \frac{\sqrt{2}}{2}$ arctg $\sqrt{2}$t +c $d) \frac{1}{\sqrt{2}} arctg 2t + c$

e)Ninguna de las anteriores

1160.- la integral:$\int \frac{e^{2x}dx}{2e^{2x}+3}$, tiene como solución:

$a) 4\ln\left|2e^{2x}+3\right|+c$ $b) \frac{1}{2}\left|2e^{2x}+3\right|+c$

$c) 2\ln\left|2e^{2x}+3\right|+c$ c) $\ln\left|2e^{2x}+3\right|+c$

e)ninguna de las anteriores

1161.- la integral:$\int \frac{(x+1)dx}{x^2+2x+3}$, tiene como solución:

$a) \frac{1}{2}\ln\left|x^2+2x+3\right|+c$ $b) \ln\left|\frac{x^2+2x+3}{2}\right|+c$

$c) 2\ln\left|x^2+2x+3\right|$+c $d) \frac{(x+1)^2}{2} - \frac{(x^2+2x+3)^{-1}}{1} + c$

e)Ninguna de las anteriores

la integral: $\int e^{x^2+4x+3}(x+2)dx$, tiene como solución:

1162.- $a)\frac{1}{2}e^{x^2+4x+3}+c$ $\quad b)2e^{x^2+4x+3}+c$

$c)e^{x^2+4x+3}$+c $\quad d)e^{\frac{x^2+4x+3}{2}}+c$

e)Ninguna de las anteriores

la integral: $\int e^{\frac{x}{a}}dx$, tiene como solución:

1163.- $a)ae^{\frac{x}{a}}+c$ $\quad b)\frac{1}{a}e^{\frac{x}{a}}+c$

$c)ae^{\frac{x}{2a}}$+c $\quad d)ae^{\frac{x}{a^2}}+c$

e)Ninguna de las anteriores

la integral: $\int 2x(x^2+1)^5$, tiene como solución:

1164.- $a)x^2\frac{(x^2+1)^6}{6}+c$ $\quad b)\frac{(x^2+1)^4}{4}+c$

$c)\frac{2(x^2+1)^2}{6}$+c $\quad d)\frac{(x^2+1)^6}{6}+c$

e)Ninguna de las anteriores

la integral: $\int\frac{cosxdx}{1+senx}$, tiene como solución:

1165.- $a)\frac{\cos^2 x}{1+sen^2x}+c$ $\quad b)\frac{-senx}{1+\cos x}+c$

$c)\frac{-senx}{\cos x}$+c $\quad d)\cos x+\cot gx+c$

e)Ninguna de las anteriores

la integral: $\int\cos(a+b\theta)d\theta$, tiene como solución:

1166.- $a)\frac{1}{b}sen(a+b\theta)+c$ $\quad b)bsen(a+b\theta)+c$

$c)-bsen(a+b\theta)$+c $\quad d)-\frac{1}{b}sen(a+b\theta)+c$

e)Ninguna de las anteriores

la integral: $\int tg2\rho\sec^2 2\rho d\rho$, tiene como solución:

1167.- $a)\frac{1}{2}tg^2 2\rho+c$ $\quad b)\frac{1}{4}tg^2 2\rho+c$

$c)2tg^2 2\rho$+c $\quad d)tg2\rho\sec 2\rho+c$

e)Ninguna de las anteriores

la integral: $\int \frac{sen\phi d\phi}{\cos^3\phi}$, tiene como solución:

1168.- $a)\frac{sen^2\phi}{\cos^4\phi}+c$ $\qquad b)tg\phi\sec^2\phi+c$

$c)2\sec^2\phi$+c $\qquad d)\frac{1}{2}\sec^2\phi+c$

e)Ninguna de las anteriores

la integral: $\int \frac{\cos\theta d\theta}{2sen\theta+5}$, tiene como solución:

1169.- $a)\frac{\cos^2\theta}{2sen^2\theta}+c$ $\qquad b)2tg^2\theta+c$

$c)\frac{1}{2}\ln\left|2\text{sen}\theta+5\right|$+c $\qquad d)\ln\left|\frac{2sen\theta+5}{2}\right|+c$

e)Ninguna de las anteriores

la integral: $\int \frac{\ln\left|t+1\right|dt}{t+1}$, tiene como solución:

1170.- $a)\frac{(\ln\left|t+1\right|)^2}{2}+c$ $\qquad b)\frac{\ln\left|t+1\right|^2}{2}+c$

$c)\left(\frac{\ln\left|t+1\right|}{2}\right)^2$+c $\qquad d)t+c$

e)Ninguna de las anteriores

la integral: $\int\left(\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{x\sqrt{x}}{2}\right)dx$, tiene como solución:

1171.- $a)2\sqrt{x}-\frac{1}{2}\sqrt{x^5}+c$ $\qquad b)\frac{\sqrt{2}}{x}-\frac{x}{2}+c$

$c)4\sqrt{x}$-$\frac{2}{5}\sqrt{x^5}$+c $\qquad d)4\sqrt{x}-\frac{1}{5}\sqrt[5]{x^2}+c$

e)Ninguna de las anteriores

la integral: $\int \frac{(\sqrt{x}+1)^n dx}{\sqrt{x}}$,n $\neq$ -1 tiene como solución:

1172.- $a)\frac{(\sqrt{x}+1)^{n+1}}{n+1}$ $\qquad b)\frac{2(\sqrt{x}+1)^{n+1}}{n+1}+c$

$c)\frac{(\sqrt{x}+1)^{n+1}}{2(n+1)}$+c $\qquad d)\frac{2(\sqrt{x}+1)^{n-1}}{n-1}+c$

e)Ninguna de las anteriores

1173.- la integral: $\int \frac{dz}{\sqrt{z}(\sqrt{z}-1)}$, tiene como solución:

$a)\sqrt{z}(\sqrt{z}-1)+c$ $\quad$ $b)\frac{z(\sqrt{z}-1)}{2}+c$

$c)\ln\left|\sqrt{z}-1\right|+c$ $\quad$ $d)2\ln\left|\sqrt{z}-1\right|+c$

e)Ninguna de las anteriores

1174.- la integral: $\int \frac{dt}{\sqrt{t}(\sqrt{t}+\sqrt{a})}$, tiene como solución:

$a)\sqrt{t}(\sqrt{t}+\sqrt{a})+c$ $\quad$ $b)\frac{t(\sqrt{t}+\sqrt{a})^2}{2}+c$

$c)\ln\left|\sqrt{t}+\sqrt{a}\right|+c$ $\quad$ $d)2\ln\left|\sqrt{t}+\sqrt{a}\right|+c$

e)Ninguna de las anteriores

1175.- la integral: $\int \cos(\ln|z|)\frac{dz}{z}$, tiene como solución:

$a)-sen(\ln|z|)+c$ $\quad$ $b)sen(\ln|z|)+c$

$c)\frac{\cos^2(\ln|z|)}{2}+c$ $\quad$ $d)\frac{-\cos^2(\ln|z|)}{2}+c$

e)Ninguna de las anteriores

1176.- la integral: $\int (t-1)\sqrt{t^2-2t}dt$, tiene como solución:

$a)\frac{1}{3}\sqrt{(t^2-2t)}+c$ $\quad$ $b)\frac{1}{3}\sqrt[3]{(t^2-2t)}+c$

$c)\frac{t-1}{\sqrt{t^2-2t}}+c$ $\quad$ $d)\frac{1}{3}\ln\left|t^2-2t\right|+c$

e)Ninguna de las anteriores

1177.- la integral: $\int t^2(t^3+1)^n dt$, $n \neq -1$ tiene como solución:

$a)\frac{(t^3+1)^{n+1}}{3(n+1)}+c$ $\quad$ $b)\frac{3(t^3+1)^{n+1}}{(n+1)}+c$

$c)\ln\left|t^3+1\right|+c$ $\quad$ $d)\frac{t^3(t^3+1)^{n+1}}{3(n+1)}+c$

e)Ninguna de las anteriores

la integral: $\int \sqrt{1+\frac{1}{w}}\frac{dw}{w^2}$, tiene como solución:

1178.- $a)-\frac{2}{3}\sqrt{(1+\frac{1}{w})^2}+c$ $b)\frac{2}{3}\sqrt{(1+\frac{1}{w})^3}+c$

$c)-\frac{2}{3}\sqrt{(1+\frac{1}{w})^3}+\text{c}$ $d)\frac{2}{3}\sqrt[3]{(1+\frac{1}{w})^2}+c$

e)Ninguna de las anteriores

la integral: $\int \frac{1}{(u+1)^2}\sqrt{\frac{u}{u+1}}$, tiene como solución:

1179.- $a)\frac{2}{3}\sqrt{(\frac{u}{u+1})^3}+c$ $b)\frac{2}{3}\sqrt[3]{(\frac{u}{u+1})^2}+c$

$c)\frac{3}{2}\sqrt{(\frac{u}{u+1})^3}+\text{c}$ $d)\frac{3}{2}\sqrt[3]{(\frac{u}{u+1})^2}+c$

e)Ninguna de las anteriores

El valor de : $\int_1^2 (x^2-2x+3)dx$, tiene como solución:

1180.- $a)15/6$ $b)13/6$

$c)37/6$ $d)11/6$

e)Ninguna de las anteriores

El valor : $\int_{-2}^{4} (t-1)(t-2)dt$, tiene como solución:

1181.- $a)18$ $b)-6$

$c)-11\frac{1}{3}$ $d)-2$

e)Ninguna de las anteriores

El valor: $\int_2^6 \sqrt{\phi-2}\,d\phi$, es:

1182.- $a)4$ $b)\ln 3$

$c)\frac{2}{3}\sqrt{6^3}-\frac{2}{3}\sqrt{2^3}$ $d)16\frac{1}{3}$

e)Ninguna de las anteriores

1183.- El valor: $\int_a^b e^{\ln|x|}dx$, es:

$a)\ln\frac{b}{a}$ $b)\frac{(a-b)(a+b)}{2}$

$c)\frac{(b-a)(b+a)}{2}$ $d)e^{\ln b}-e^{\ln a}$

e)Ninguna de las anteriores

1184.- El valor de: $\int_a^b e^{\frac{\sec^2 t}{1+tg^2 t}}\text{dt}$, es:

$a)0$ $b)1$

$c)e^{b-a}$ $d)\ e(b-a)$

e)Ninguna de las anteriores

1185.- El valor: $\int_1^2 (\frac{sen^2\theta}{\theta}+\frac{\cos^2\theta}{\theta})d\theta$, es:

$a)1$ $b)0$

$c)e$ $d)\ln 2$

e)Ninguna de las anteriores

1186.- El valor: $\int_1^e \frac{\text{sen}(\ln|x|)}{x}dx$, es:

$a)\cos e-\cos 1$ $b)e-1$

$c)\cos 1-1$ $d)\cos 1$

e)Ninguna de las anteriores

1187.- El valor de : $\int_e^{e^2}\frac{\text{dt}}{\text{t}\ln|\text{t}|}dx$, es:

$a)(\ln 2)-1$ $b)\ln 2$

$c)(\ln 2)^2$ $d)e^2-e$

e)Ninguna de las anteriores

1188.- El valor de: $\int_0^{\pi/4}\text{sen}^3\theta\cos\theta d\theta$, es:

$a)16$ $b)\frac{1}{4}$

$c)\sqrt{2}/8$ $d)1/16$

e)Ninguna de las anteriores

El valor de : $\int_2^4 \phi\sqrt[3]{\phi-3}\,d\phi$, es:

1189.- $a)75/14$ $b)51/14$

$c)2$ $d)-2$

e)Ninguna de las anteriores

El valor de : $\int_0^{\pi/4} \sec^2\phi tg\phi d\phi$, es:

1190.- $a)\pi/4$ $b)1/2$

$c)2$ $d)(\pi/4)^2$

e)Ninguna de las anteriores

El valor de : $\int_1^2 \frac{x^3-3x}{x^2}dx$, es:

1191.- $a)-3/2$ $b)\frac{3}{2}$

$c)\frac{3}{2}$-ln2 $d)\frac{3}{2}-3\ln 2$

e)Ninguna de las anteriores

El valor de : $\int_0^1 \frac{e^{2x}dx}{1+e^{2x}}$, es:

1192.- $a)\ln\frac{1+e^2}{2}$ $b)2\ln\frac{1+e^2}{2}$

$c)\frac{1}{2}\ln\frac{1+e^2}{2}$ $d)1$

e)Ninguna de las anteriores

El área de la región R, si R está límitada por:

$xy=1, x=2, y=2, ejex, ejey, es$

1193.- $a)\ln 4$ $b)(\ln 4)-1$

$c)1+\ln 4$ $d)1-\ln 4$

e)Ninguna de las anteriores

El área de la región R, si R está límitada por:

$xy=1, x=2, y=2, ejex, ejey, es$

1194.- $a)\ln 4$ $b)(\ln 4)-1$

$c)1+\ln 4$ $d)1-\ln 4$

e)Ninguna de las anteriores

1195.- El área de la región R, si R está límitada por:

$y=e^{x}, x=-2, x=1, ejex, es$:

$a) e-\frac{1}{e^{2}}$ $b) \frac{1}{e^{2}}-e$

$c) e^{2}$-$\frac{1}{\mathrm{e}}$ $d) e+\frac{1}{e}$

e)Ninguna de las anteriores

1196.- El área de la región R, si R está límitada por:

$y=\frac{|x|}{2}, y=1, es$

$a)-2$ $b) \frac{1}{2}$

$c) 4$ $d) 4$

e)Ninguna de las anteriores

1197.- El área de la región R, si R está límitada por:

$y=x, y=2, ejey, es$

$a) 2$ $b) 4$

$c) 8$ $d) \frac{1}{2}$

e)Ninguna de las anteriores

1198.- El área de la región R, si R está límitada por:

$x=-3, x=5, y=-1, y=4, es$

$a) 6$ $b) 20$

$c) 40$ $d) 15$

e)Ninguna de las anteriores

1199.- El área de la región R, si R está límitada por:

$-3x+2y-4=0, ejex, x=1, x=5, es$

$a) 9\frac{1}{2}$ $b) 26$

$c)-26\sqrt{2}$ $d) 20$

e)Ninguna de las anteriores

1200.- El área de la región R, si R está límitada por:

$y=x^{2}-5x+8, ejex, x=1, x=3, es$

$a) 3$ $b) 17\frac{1}{3}$

$c) 21$ $d) 4\frac{2}{3}$

e)Ninguna de las anteriores

SOLUCIONARIO DE LA AUTOEVALUACION # 6

1152.-d	1153.-b	1154.-c	1155.-e
1156.-b	1157.-c	1158.-e	1159.-c
1160.-e	1161.-a	1162.-a	1163.-a
1164.-d	1165.-e	1166.-a	1167.-b
1168.-d	1169.-c	1170.-a	1171.-e
1172.-b	1173.-d	1174.-d	1175.-b
1176.-a	1177.-a	1178.-c	1179.-a
1180.-e	1181.-a	1182.-d	1183.-c
1184.-d	1185.-d	1186.-e	1187.-b
1188.-d	1189.-a	1190.-b	1191.-d
1192.-c	1193.-c	1194.-c	1195.-a
1196.-e	1197.-a	1198.-c	1199.-b
1200.-d			

SOLUCIONARIO DE LA AUTOEVALUACION # 6

1152.- $\dfrac{d}{dx}(F(x)+c)=F'(x); además\, \dfrac{d}{dx}(F(x)+c)=f(x)$
$\Rightarrow F'(x)=f(x) \quad (d)$

1153.- $\begin{array}{l} u=ax+b \\ du=adx \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} \int e^u \dfrac{du}{a}=\dfrac{1}{a}\int e^u du=\dfrac{e^u}{a}+c= \\ =\dfrac{1}{a}e^{ax+c}+c \quad (b) \end{array}$

1154.- $\begin{array}{l} u=2\sqrt{x} \\ du=\dfrac{dx}{\sqrt{x}} \end{array} \Rightarrow \int e^u du = e^u+c=e^{2\sqrt{x}}+c \quad (c)$

$e^{\ln x}=x \Rightarrow \int xdx=\dfrac{x^2}{2}+c=e^{\ln\frac{x^2}{2}}+c \quad (e)$

1156.- .- I) Verdadera; II) Veradadera; III) Falsa

Contraejemplo: $\int xdx \neq \int xdx . \int xdx \quad (b)$

1157.- $\dfrac{d}{dx}(senx+c)=\cos x; esto\ es: \int \cos xdx = senx+c \quad (c)$

1158.- $\frac{d}{dx}(\int f(x)dx) = f(x) \quad (e)$

1159.- $\int \frac{dt}{2(\frac{1}{2}+t^2)} = \frac{1}{2}\int \frac{dt}{\frac{1}{2}+t} = \frac{1}{2}\int \frac{dt}{(\frac{1}{\sqrt{2}})^2+t^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} arctg \frac{t}{1/\sqrt{2}} + c =$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} arctg\sqrt{2}t + c \quad (c)$

1160.- $\begin{array}{l} u = 2e^{2x}+3 \\ du = 4e^{2x}dx \end{array} \Rightarrow \int \frac{du/4}{u} = \frac{1}{4}\int \frac{du}{u} = \frac{1}{4}\ln|u| + c \Rightarrow$

$= \frac{1}{4}\ln(2e^{2x}+3) + c \quad (e)$

1161.- $\begin{array}{l} u = x^2+2x+3 \\ du = (2x+2)dx = 2(x+1)dx \end{array} \Rightarrow \int \frac{du/2}{u} = \frac{1}{2}\int \frac{du}{u} = \frac{1}{2}\ln|u| + c =$

$= \frac{1}{2}\ln\left|x^2+2x+3\right| + c \quad (a)$

1162.- $\begin{array}{l} u = x^2+4x+3 \\ du = (2x+4)dx = 2(x+2)dx \end{array} \Rightarrow \int e^u \frac{du}{2} = \frac{1}{2}\int e^u du = \frac{1}{2}e^u + c =$

$= \frac{1}{2}e^{x^2+4x+3} + c \quad (a)$

1163.- $\begin{array}{l} u = \frac{x}{a} \\ du = 2xdx \end{array} \Rightarrow \int e^u du = a\int e^u du = ae^u + c = ae^{\frac{x}{a}} + c \quad (a)$

1164.- $\begin{array}{l} u = x^2+1 \\ du = 2xdx \end{array} \Rightarrow \int u^5 du = \frac{u^6}{6} + c = \frac{(x^2+1)}{6} + c \quad (d)$

1165.- $\begin{array}{l} u = ax+b \\ du = adx \end{array} \Rightarrow \int \frac{du}{u} = \ln|u| + c = \ln|1+senx| + c \quad (\ )$

1166.- $\begin{array}{l} u = a+b\theta \\ du = bd\theta \end{array} \Rightarrow \int \cos u \frac{du}{b} = \frac{1}{b}\int \cos u du = \frac{1}{b} senu + c$

$= \frac{1}{b} sen(a+b\theta) + c \quad (a)$

1167.- $\begin{array}{l} u = tg2\rho \\ du = \sec^2 2\rho.2d\rho \end{array} \Rightarrow \int \cos u \frac{du}{b} = \frac{1}{b}\int \cos u du = \frac{1}{b} senu + c$

$= \frac{1}{b} sen(a+b\theta) + c \quad (a)$

1168.- $\begin{array}{l} u = \cos\phi \\ du = -sen\phi d\phi \end{array} \Rightarrow \int -\frac{du}{u^3} = -\int u^{-3}du = -\frac{u^2}{-2} + c = \frac{1}{2u^2} + c =$

$= \frac{1}{2\cos^2\phi} + c = \frac{1}{2}\sec^2\phi + c \quad (d)$

1169.- $\begin{matrix} u = 2sen\theta + 5 \\ du = 2\cos\theta d\theta \end{matrix} \Rightarrow \frac{1}{2}\int\frac{du}{u} = \frac{1}{2}\ln|u| + c = \frac{1}{2}\ln|2sen\theta + 5| + c \quad (c)$

1170.- $\begin{matrix} u = \ln|t+1| \\ du = \dfrac{dt}{t+1} \end{matrix} \Rightarrow \int udu = \frac{u^2}{2} + c = \frac{\ln^2|t+1|}{2} + c \quad (a)$

1171.- $\int(2x^{-1/2} - \frac{x^{3/2}}{2})dx = \int 2x^{-1/2}dx - \int\frac{x^{3/2}}{2}dx =$
$= 2\int x^{-1/2}dx - \frac{1}{2}\int x^{3/2}dx = \frac{2x^{1/2}}{1/2} - \frac{x^{5/2}}{5/2} + c =$
$= 4x^{1/2} - \frac{1}{5}x^{5/2} + c = 4\sqrt{x} - \frac{1}{5}\sqrt{x^5} + c \quad (e)$

1172.- $\begin{matrix} u = \sqrt{x} + 1 \\ du = \dfrac{dx}{2\sqrt{x}} \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \int u^n 2du = 2\int u^n du = 2\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c = \\ = \dfrac{2(\sqrt{x}+1)^{n+1}}{n+1} + c \quad (b) \end{matrix}$

1173.- $\begin{matrix} u = \sqrt{z} - 1 \\ du = \dfrac{dz}{2\sqrt{z}} \end{matrix} \Rightarrow 2\int\frac{du}{u} = 2\ln|u| + c = 2\ln\left|\sqrt{z} - 1\right| + c \quad (d)$

1174.- $\begin{matrix} u = \sqrt{t} + \sqrt{a} \\ du = \dfrac{dt}{2\sqrt{t}} \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \int\dfrac{2du}{b} = 2\int\dfrac{du}{u} = 2\ln|u| + c = \\ = 2\ln\left|\sqrt{t} + \sqrt{a}\right| + c \quad (d) \end{matrix}$

1175.- $\begin{matrix} u = \ln|z| \\ du = \dfrac{1}{z}dz \end{matrix} \Rightarrow \int\cos udu = senu + c = sen(\ln|z|) + c \quad (b)$

1176.- $\begin{matrix} u = t^2 - 2t \\ du = (2t-2)dt = 2(t-1)du \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \int\sqrt{u}\dfrac{du}{2} = \dfrac{1}{2}\int u^{1/2}du = \dfrac{1}{2}\dfrac{u^{3/2}}{3/2} + c = \\ = \dfrac{1}{3}\sqrt{u^3} + c = \dfrac{1}{3}\sqrt{(t^2 - 2t} + c \quad (a) \end{matrix}$

1177.- $\begin{matrix} u = t^3 + 1 \\ du = 3t^2dt \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \int u^n\dfrac{du}{3} = \dfrac{1}{3}\int u^n du = \dfrac{1}{3}\dfrac{u^{n+1}}{n+1} + c = \\ = \dfrac{(t^3+1)^{n+1}}{3(n+1)} + c \quad (a) \end{matrix}$

1178.- $\begin{matrix} u = 1 + \dfrac{1}{w} \\ du = -\dfrac{1}{w^2}dw \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \int\sqrt{u}(-du) = -\int u^{1/2}du = -\dfrac{u^{3/2}}{3/2} + c = \\ = -\dfrac{2}{3}u^{3/2} + c = -\dfrac{2}{3}\sqrt{u^3} + c = -\dfrac{2}{3}\sqrt{(1+\dfrac{1}{w})^3} + c \quad (c) \end{matrix}$

1179.- $\begin{aligned} u &= \frac{u}{u+1} \\ du &= \frac{du}{(u+1)^2} \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} &\int \sqrt{t}dt = \int t^{1/2}dt = \frac{t^{3/2}}{3/2} + c = \frac{2}{3}\sqrt{t^3} + c = \\ &= \frac{2}{3}\sqrt{(\frac{u}{u+1})^3} + c \quad (a) \end{aligned}$

1180.- $= (\frac{x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} + 3x)\Big]_1^2 = (\frac{8}{3} - 4 + 6) - (\frac{1}{3} - 1 + 3) = \frac{7}{3} \quad (e)$

1181.- $\int_{-2}^{4} (t^2 - 3t + 2)dt = (\frac{t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} + 2t)\Big]_{-2}^{4} = (\frac{64}{3} - \frac{48}{2} + 8) -$

$-(-\frac{8}{3} - \frac{12}{2} - 4) = 21\frac{1}{3} - 24 + 8 + 2\frac{2}{3} + 6 + 4 = 18 \quad (a)$

1182.- $\begin{aligned} u &= \phi - 2 \\ du &= d\phi \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} &\int u^{1/2}du = \frac{u^{3/2}}{3/2} + c = \frac{2}{3}u^{3/2} + c = \frac{2}{3}\sqrt{u^3} + c = \\ &\int_2^6 (\phi - 2)d\phi = \frac{2}{3}\sqrt{(\phi - 2)^3}\Big]_2^6 = \frac{2}{3}\sqrt{4^3} - 0 = \frac{16}{3} \quad () \end{aligned}$

1183.- $e^{\ln|x|} = x \; ; \int_a^b xdx = \frac{x^2}{2}\Big]_a^b = \frac{b^2}{2} - \frac{a^2}{2} = \frac{b^2 - a^2}{2} =$

$= \frac{(b+a)(b-a)}{2} \quad (c)$

1184.- $\frac{\sec^2 t}{1 + tg^2 t} = 1 \Rightarrow \int_a^b edt = e\int_a^b dt = et\Big]_a^b = e(b-a) \quad (d)$

1185.- $\int_1^2 \frac{sen^2\theta + \cos^2\theta}{\theta}d\theta = \int_1^2 \frac{d\theta}{\theta} = \ln|\theta|\Big]_1^2 = \ln 2 - \cancel{\ln 1}^{0} = \ln 2 \quad (d)$

1186.- $\begin{aligned} u &= \ln|x| \\ du &= \frac{1}{x}dx \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} &\int senudu = -\cos u + c \Rightarrow \int_1^e \frac{sen(\ln|x|)}{x} \\ &= -\cos(\ln|x|)\Big]_1^e = -(\cos \cancel{(\ln e)}^{1} - \cos(\cancel{\ln 1})^{0}) = \\ &= -(\cos 1 - \cos 0) = -(\cos 1 - 1) = 1 - \cos 1 \quad (e) \end{aligned}$

1187.- $\begin{aligned} u &= \ln|t| \\ du &= \frac{1}{t}dt \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} &\int \frac{du}{u} = \ln|u| + c = \ln(\ln|t|) + c \Rightarrow \\ &= \int_e^{e^2} \frac{dt}{t\ln|t|} = \ln(\ln|t|)\Big]_e^{e^2} = \ln(\ln e^2) - \ln(\cancel{\ln e}^{1}) \\ &= \ln 2 - \cancel{\ln 1}^{0} = \ln 2 \quad (b) \end{aligned}$

1188.- $u = sen\theta$, $du = \cos\theta d\theta$ $\Rightarrow$

$$\int sen^3\theta\cos\theta d\theta = \int u^3 du = \frac{u^4}{4} + c =$$

$$= \frac{sen^4\theta}{4} + c \Rightarrow \int_0^{\pi/4} sen^3\theta os\theta d\theta = \left.\frac{sen^4\theta}{4}\right]_0^{\pi/4} =$$

$$= \frac{sen^4(\frac{\pi}{4}) - sen0}{4} = \frac{(\frac{\sqrt{2}}{2})^4}{4} = \frac{1}{16} \quad (d)$$

1189.- $u = \phi - 3$, $du = d\phi$ $\Rightarrow$

$$\int \phi\sqrt[3]{\phi-3}d\phi = \int \sqrt[3]{u}(u+3)du =$$

$$\int u^{1/3}(u+3)du = \int (u^{4/3} + 3u^{1/3})du = \frac{u^{7/3}}{7/3} + 3\frac{u^{4/3}}{4/3} + c =$$

$$= \frac{3}{7}u^{7/3} + \frac{9}{4}u^{4/3} + c = \frac{3}{7}\sqrt[3]{u^7} + \frac{9}{4}\sqrt[3]{u^4} + c =$$

$$= \frac{3}{7}\sqrt[3]{(\phi-3)^7} + \frac{9}{4}\sqrt[3]{(\phi-3)^4} + c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\frac{3}{7}\sqrt[3]{(\phi-3)^7} + \frac{9}{4}\sqrt[3]{(\phi-3)^4}\right]_2^4$$

$$= (\frac{3}{7}\sqrt[3]{1^7} + \frac{9}{4}\sqrt[3]{1^4}) - (\frac{3}{7}\sqrt[3]{(-1)^7} + \frac{9}{4}\sqrt[3]{(-1)^4}) = \frac{6}{7} + \frac{18}{4} =$$

$$= \frac{75}{4} \quad (a)$$

1190.- $u = tg\phi$, $du = \sec^2\phi d\phi$ $\Rightarrow$

$$\int udu = \frac{u^2}{2} + c \Rightarrow \left.\frac{tg^2\phi}{2}\right]_0^{\pi/4} =$$

$$= \frac{(tg\frac{\pi}{4})^2}{2} - \frac{(tg0)^2}{2} = \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2} \quad (b)$$

1191.-

$$\int_1^2 (x - \frac{3}{x})dx = \int_1^2 xdx - 3\int_1^2 \frac{dx}{x} = \left.\frac{x^2}{2}\right]_1^2 - 3\ln|x|\Big]_1^2 =$$

$$= (3 - \frac{1}{2}) - 3(\ln 2 - \cancel{\ln 1}^{0}) = \frac{3}{2} - 3\ln 2 \quad (a)$$

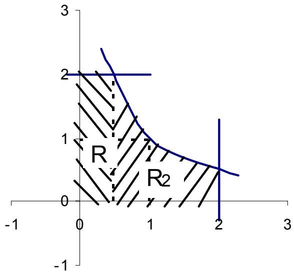
1192.- $u = 1 + e^{2x}$, $du = 2e^{2x}$ $\Rightarrow$

$$\int \frac{du/2}{u} = \frac{1}{2}\int\frac{du}{u} = \frac{1}{2}\ln|u| + c =$$

$$= \frac{1}{2}\ln(1+e^{2x}) + c \Rightarrow \left.\frac{1}{2}\ln(1+e^{2x})\right]_0^1 =$$

$$= \frac{1}{2}\ln(1+e^2) - \frac{1}{2}\ln 2 = \frac{1}{2}\ln\frac{1+e^2}{2} \quad (c)$$

1193.-



x-intersección:

$$\left.\begin{array}{l} xy=1 \\ y=2 \end{array}\right| \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y=\dfrac{1}{x} \\ y=2 \end{array}\right| \Rightarrow \frac{1}{x}=2 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

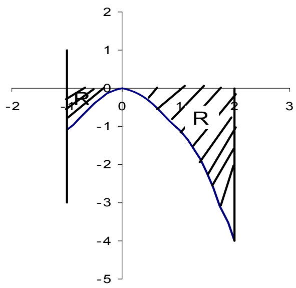
$A(R)=A(R_1)+A(R_2), con:$

$A(R_1)=1; R_1 rec\tan gulo$

$$A(R)=1+\int_{1/2}^{2}\frac{1}{x}dx=$$

$$=1+\ln|x|\Big]_{1/2}^{1}=1+(\ln 2-\ln 1/2)=1+\ln\frac{2}{1/2}=1+\ln 4 \quad (c)$$

1194.-



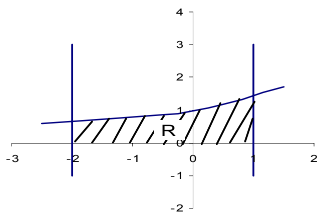
$$A(R)=\int_{-1}^{2}-(-x^2)dx=\int_{-1}^{2}x^2dx=\frac{x^3}{3}\Big]_{-1}^{2}=$$

$$=\frac{8}{3}+(-\frac{1}{3})=3 \quad (c)$$

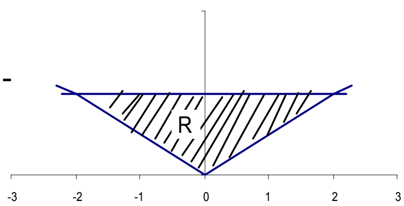
1195.-

$$A(R)=\int_{-2}^{1}e^xdx=e^x\Big]_{-2}^{1}=e^1-e^{-2}=$$

$$=e-\frac{1}{e^2} \quad (a)$$



1196.-

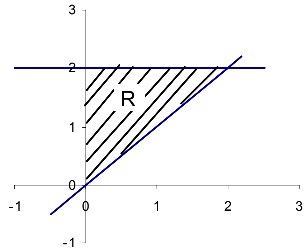


R, superficie triangular:

$A(R)=\dfrac{4.1}{2}=2$(se puede

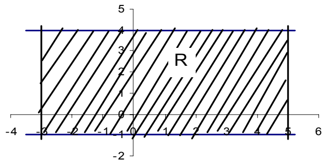
calcular como: $2\displaystyle\int_{-2}^{0}(1+\frac{x}{2})dx=2$) $\quad (e)$

1197.-



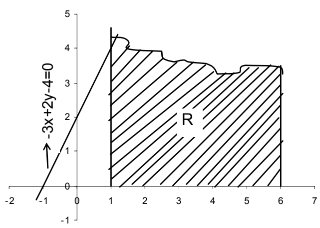
$A(R) = \frac{2.2}{2} = 2;$ R superficie triangular (se puede calcular como: $\int_0^2 (2-x)dx = 2)$ (a)

1198.-



$A(R) = 8.5 = 40;$ R superficie rectangular (se puede calcular A(R) como $\int_{-3}^{5} (4+1)dx = 40)$ (c)

1199.-

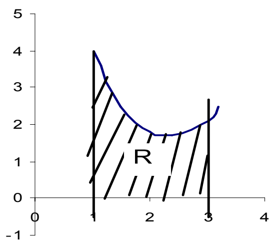


$$A(R) = \int_1^5 (2 + \frac{3}{2}x)dx =$$

$$= 2x + \frac{3}{4}x^2 \Big]_1^5 =$$

$$= (10 + \frac{5}{4}) - (2 + \frac{3}{4}) = 26 \quad (b)$$

1200.-



$$A(R) = \int_1^3 (x^2 - 5x + 8)dx$$

$$= \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 8x \Big]_1^3 =$$

$$= 9 - \frac{45}{2} + 24 - \frac{1}{3} + \frac{5}{2} - 8 = 4\frac{2}{3} \quad (d)$$

TODA OBSERVACION REFERENTE AL PRESENTE MATERIAL, FAVOR HACERLA AL AUTOR, AL TUTOR O AL CENTRO DE DESARROLLO EDUCATIVO.